# 知識分析に現れる「奇妙な」論理と、その古典論理への還元

' Queer ' Kinds of Logic Employed in Knowledge Analyses and Their Reductions to Classical Logic

柳 生 孝 昭

要 約 形成途上の知識は一般に,不完全で暫定的な,矛盾,多義性ないし反事実的措定を含む命題群として表される.そのような命題群を単一の古典的形式理論の形に書くのは難しいので,知識分析はとかく,非古典的な論理に訴えがちとなる.しかし如何なる論理であるかは領域と論者に依存し,推論はしばしば,奇妙で不自然な振舞いを示す.しかも常に何らかの,論理を超える操作を必要とする.本論は単一の形式理論ではなく,複数の理論あるいはmodel の集まりを考え,それらの間の推移として知識の形成過程を捉える.その限りで論理を超えつつも,論理そのものは古典論理に留めるという方針に基いて,知識分析の様々な課題の,自然で直観的にも理解し易い解決を試みる.題材は幾つかの,範例的な謎や難問を選んだ.

Abstract Generally knowledge being formed is represented as an incomplete and tentative set of proposi tions which may include contradictions, ambiguities and / or counter factual theses. As it is difficult to formulate such a set as a single formal theory of classical logic, knowledge analyses tend to employ some kind of non classical logic. But just what kind depends on domains and authors, and inferences therein often show queer and unnatural behaviors, and always involve operations which go beyond the level of very logic. This paper considers a set of multiple theories or models instead of a single theory, and conceives of knowledge formation process as series of transitions from one theory or model to another. While meta logical to that extent, it remains classical as to the logic itself and tries to solve various problems of knowledge analysis in a natural and intuitionally understandable way. Material has been taken from exemplary puzzles and conundrums.

我々が関心を寄せるのは、「知っている」という言葉の為す働きであり…我々の言葉の用法の探究は、それらが記述する事実の探究に等しいと見なされ得る。

A. J. Ayer [Ayer]

# 目 次

- 0. 導入:背景,目的,及び方法
- 1.ペンギンの二律背反(非単調論理)
- 2. P. A. M. Dirac の謎 (知識作用素)
- 3. 因果関係の定式化(反事実的条件,刑法の場合)
- 4.可能世界の問題(様相論理)
- 5. 結語

#### 0. 導入:背景,目的,及び方法

標語的には , 知識とは , 正当化された真なる信念である [ Get ] . 詳しく言えば , 人物 A が

知識 <sup>A</sup> を有する(A が <sup>A</sup> という一群の事柄を知っている)とは,次のような事態を指す [Ayer]:

- i) Aは, Aであると確信している( Aであるという信念を有する),
- ⅱ) 実際 , ₄に含まれる事柄は ,全て真である (成立している),且つ
- iii) A は ,「 、である」と確信する権利を有する (信念には根拠が有る , 信念は正当化されている ).

この事態を know( A, A) と書く. すると直ぐ, 幾つもの問題や要注意の点に気付く:

- [0]全ての他者よりも多くの知識を有する人(超人!)は居ないだろう.とすれば ii)と併せて,如何なる人物についても,真ではあるが知られていない事柄が存在する.即ち,ii)の逆は成り立たない.
- [1]信念の根拠あるいは正当化は,当の人物に,明瞭に意識されていなければならない「偶々」 真であるような信念は,知識の名に値しない.
- [2]しかし正当化とは何であるかは,必ずしも明らかでない.プラトンは知識を論じた作品「テアイテトス」の中で,興味深い例を挙げている.それは目撃者しか(直接には)知り得ない事柄について,弁護士の雄弁によって説得された裁判官の場合で,その判断は結果的に真であっても,知識とは言えない,というものである.(裁判官が判決に際して,判断の根拠を明確に示したとすれば,それは一つの正当化と言えようが,目撃者の証言と異なり,感覚的対象を越えた,思考の対象である「一般者」を含む説明(logos)とならざるを得ない.プラトンはそこまで議論を進めない.一般者とはイデアに外ならず,「テアイテトス」がイデアへの言及を極力避けた著作である([Corn] p 106)以上,そのような logos を立ち入って考察することは,できなかったのであろう.)
- [3] 正当化自体も,正当なものであることが求められる.そのためには正当化は,確実な知識に基づいて行なわれる必要が有る.その知識もまた,正当化されなければならない.つまり知識は,自らを正当化する根拠を,自らの内に含んでいなければならない.このような正当化の過程が循環ないし無限後退に陥らないためには,知識は何らかの仕方で,階層化されていることが必須である.基底には,正当化を必要としない直接的な,あるいは前提として容認される知識が有り,正当化された知識に基づいて新たな知識を導くための手続きも,予め正当なものとして受け入れて置かざるを得ない.導出の手段を与える知識は,導出の対象となる知識とは階層を異にし,後者の如何には依存しない.
- [4] 異なる人物の間の知識の共有は,どのように為し得るのであろうか? A が B に対して  $_{\rm A}$  (の一部)を,A 自身の言葉で示すことには,様々な障碍が有るかも知れないし,示し 得たとしても B が理解できない,あるいは理解できても信じないかも知れない.一般に A から B に伝えられるのは,例えば身振りや信号のような,共通に認識される或る徴  $_{\rm G}$  であ

り,B は予め A と共有している知識「 $\sigma$  が現れる時には p である」と,正に「 $\sigma$  が現れた」という基底的な知識に基づいて,p という知識を獲得するのであろう. $\sigma$  それ自体は無意味な記号に過ぎず, $\sigma$  を伝える A の行為も,「」内の事柄と異なり,如何なる人物の知識にも属さない,寧ろ受け手 B の知識  $\sigma$   $\sigma$  &  $\sigma$  と改訂する,一種の作用子と見なされる.

[5] 形成途上の 人は,矛盾,多義性ないし反事実的措定を含むであろう.そのような状態は,外部から新たな知識を獲得しつつ,洗練の過程を経て,条件 ii ), iii )を満たす状態に向かうのであろう.無論それは,直線的な過程ではあり得ない.形成途上の(疑似)知識群は,網目状の構造を成すと考えられる.その弧は,前項の場合も含めて,どの節(知識)にも属さない,meta知識的な作用子である.

正確を期するために知識分析は,信ずる事柄を,何らかの論理言語の文(命題)として表す. 』は改めて,命題の集合,即ち形式理論として定められる.但しそれは,形成途上の状態をも考慮して,一般に必ずしも条件 ii ),iii )を満たさない疑似知識である.論理は上記の事情,特に[0],[4],[5]を反映して,非古典的な論理(様相論理,非単調論理等)に訴える場合が多い.しかし如何なる論理であるかは主題の領域と論者に依存し,推論はしばしば,論理についての素朴な常識や直観に反する,奇妙で不自然な振舞いを示す.しかも[4],[5]に見たように,常に何らかの,論理を超える操作を必要とする.一方条件 ii )は,知識が唯一の間主観的な世界の記述であることを示す.それと,経験科学が依拠する数学が,通常,古典的な形式理論の model と見なされることを併せると,知識を古典論理の命題群として定式化することが可能なのではないか,と思われて来る.

以上を背景として,本論の目的は,幾つかの範例的な謎や難問を題材に,今述べた可能性を確かめることに在る.その基本的な方法は,単一の形式理論ではなく,複数の理論あるいは model の集まりを考え,それらの間の推移として知識の形成過程を捉える,というものである.その限りで論理を超えるが,[4],[5]のような疑似知識の不完全性・暫定性に起因する諸問題の解決を,論理そのものには手を付けず,多理論・多 model 的世界の構築に集約しよう,という訳である.それによって知識分析の様々な課題の,自然で直観的にも理解し易い解答が得られることを期待したい.

### 1. ペンギンの二律背反(非単調論理)

周知の「全ての鳥は飛ぶ,ペンギンは鳥である,従ってペンギンも飛ぶ,だがペンギンは飛ばない」という逆理である.この(疑似)知識は,一階述語論理の言葉で,次のように書かれる:

 $\Pi^0$  P1:  $\forall x (\neg b(x) \lor f(x))$   $(\forall x (b(x) \to f(x))$ 

P2:  $\forall x (\neg p(x) \lor b(x))$   $(\forall x (p(x) \rightarrow b(x))$ 

P3:  $\forall x (\neg p(x) \lor \neg f(x))$   $(\forall x (p(x) \to \neg f(x))$ 

P4: p(a)

但しf(x)は「xは鳥である」, f(x)は「xは飛ぶ」, f(x)は「xはペンギンである」こと

を表す.課題は,知識のこの状態を,矛盾を含まない状態へと洗練する,一般的な手順を見出すことである.その非単調論理による解決の一例として,[Mizu]の概略を紹介し,批判し,次いで古典論理による代替案を示す.

### 1.0 非単調論理による解決の一例

知識を構成する命題は、 °のように、同値変換と Skolem 化を経て、literal(原子論理式またはその否定)または節(literal の論理和)の形に整えられているものとする.先ず幾つかの基礎的な概念を導入する:

- [0] 一次導出規則 (Primary Derivation Rule)
- [ 0.0 ] Counter Information (CI)

Literal p と , その否定を含む節 P = ... ¬ p ... を , 互いに他の Counter Information (CI) と言う . CI の存在は , 矛盾を導く可能性の有ることを示す .

注意: Literal p をそれ自体一つの節と見ると,その CI は $\neg p$  のみであり,literal としての CI より限られたものとなる.これは literal を節と見てはならないことを示唆する.尚 [ 0.2 ] 項の注意を参照.

[ 0.1 ] Securing Information (SI)

Literal p と節  $P=\dots$  q … ¬p … に対して,q を p の P に関する Securing Information(SI)と言う.p  $P=\dots$  q …であるから,q の真なることは,p と P の矛盾の危険を緩和する.

- [0.2] Securedness (安全): 次の何れかの場合に,論理式は安全である(Secured)と言う.
- [0.2.0] Literal については, その全ての CI に関して, SI が存在する.
- [0.2.1] 節については,その何れかの literal について,その否定が単独で(命題として)現れない.

注意:Literal をそれ自体一つの節と見ると,その否定が単独で現れない限り安全であり,これは[0.2.0]よりも弱い条件を与える.

- [0.3] 一次導出:知識から,安全な命題を取り出すこと
- [1] 二次導出規則:知識の内の literal p と節 P ¬ p に対して,節 P を導き,知識に含めること
- [2]「情報 (Information)」,「事実 (Fact)」及び「世界 (World)」

所与の知識 から一次導出によって  $Z_1$  を ,  $Z_2$  から二次導出によって  $Z_3$  を得 , 以下二次導出を重ねて  $Z_3$  ,  $Z_4$  , ... を得たとして ,  $Z_2$   $Z_2$  ... を「世界」,  $Z_3$  に含まれる命題を「事実」と呼ぶ.これに対して , の命題は「情報」と呼ぶ.

注意: は上の二次導出列が有限で終る,例えば Herbrand 世界が有限であるようなもの, と仮定しておく.

#### [3] 再考 (Reconsideration)

二次導出によって矛盾が生じたら、その時点で導出を中止し、それまでに得られた全ての 事実をに戻し、それを改めて情報群として、一次及び二次導出を行なう。これを、矛 盾が生じなくなるまで,繰返す.

注意:前項注意と同様に,この繰返しが有限で終ることが,保証されていなければならない.

# [4] °への適用

°に一次導出を適用すると  $Z^0_1 = \{P1, P2, P3\}$ .  $Z^0_2 = \phi$  従って  $Z^0 = Z^0_1$ . 矛盾を生じないのは,P4(p(a)) が予め除かれているからである.そこで p(a) を事実として取込むことを考える.そのために q を任意の述語として  $P5: \neg q(a) p(a)$  と P6: q(a) を加える.これを ¹とする.

$$\Pi^1$$
 P1~P4 P5:  $\neg g(a) \lor p(a)$  P6:  $g(a)$ 

「に一次及び二次導出を適用すると、次の結果を得る.但し簡単のために、命題は全てx=aに対する基底例とし、引数 a も省略して b, f, p, q と書いた.

$$\Pi^1$$
  $Z^1_1$   $Z^1_2$   $Z^1_3$   $Z^1_4$   $\Pi^1'$   $Z^1_1'$   $\neg b \lor f$   $\neg b \lor f$   $f (\neg b 、注意 0)$   $\Pi^1$   $\neg p \lor b$   $\neg p \lor b$   $f$   $p$   $\neg p \lor \neg f$   $\neg f$   $b$   $\neg q \lor p$   $\neg f$   $q$   $q$   $q$   $q$ 

注意  $0: Z^{\circ}$ 。に於ける二次導出適用の対象としては, $\mathbb{Q}\{b, \neg b, f\}$ , $\mathbb{Q}\{\neg f, \neg b, f\}$   $\mathbb{Q}\{\neg f, f\}$ 

$$\Pi^{1'}=\Pi^{1}\cup\{b,\neg b,\neg f\}\qquad Z^{1}_{1'}=\{\neg p\vee\neg f,p,\neg q\vee p,q,\neg f\}$$

即ち ,「ペンギンは飛ばない」という , もう一つの無意味な知識を得る . 次に③の場合は

$$\Pi^{1'}=\Pi^1\cup\{b,f,\neg b,\neg f\} \qquad Z^{1_1'}=\{p,\neg q\vee p,q\}$$

という自明な結果に終る.[Mizu]はこれらの選択肢や①を選んだ理由について,触れない.

$$Z^2 = Z_1' \cup \{P7, P8\} \cup \{\neg fe, \neg f\}$$

を得る、{P7, P8}の効果は顕著である.一方,元の ¹に {P7, P8} を加えるならば(それを ³とする),矛盾を導くと共に,上と全く同じ二次導出の選択肢を生じる.そこで①を選んで再考すると

 $\Pi^{3'} = \Pi^{3} \cup \{f, b, \neg f, \neg fe\} \quad Z^{3'} = Z^{1_1'} \cup \{P7\} \cup \{\neg fe\}$ 

即ち,一般に 導出(再考(導出( )) F) 導出(再考(導出( F))).また②の場合は

 $\Pi^{3'}=\Pi^{3}\cup\{\neg b,b,\neg f,\neg fe\}$ 

 $Z^{3'} = (Z^{1}_{1} - \{ \neg p \lor b, b \}) \cup \{ \neg p \lor \neg f \} \cup \{ P7, P8 \} \cup \{ \neg fe, \neg f \}$ 

となり,  $Z^2$  と較べて鳥に関する情報が失われている. 3による情報損失は更に大きい.

注意 2:寧ろ興味深いのは,Z' に生じた矛盾の一部 $\{b, \neg f\}$ を戻した場合で  $\Pi^4 = \Pi^1 \cup \{b, \neg f\} \qquad Z^4 = Z^1 - \{\neg b \lor f, \neg b, f\} = (\Pi^1 - \{\neg b \lor f\}) \cup \{b, \neg f\}$  となり,簡明で,見通しの良い対処法を与える.

### [5] 非単調性

非単調性(特に,導出によって生じた矛盾が,情報を拡大する再考によって減少すること)は,既に前節の例に現れているが,一般には次の形を取る:

 $^5$  ={ ¬p, p, p ¬q,  $\Gamma$ },  $\Gamma$ は安全, $\Gamma$  | q 且つ  $\Gamma$  / q ならば, $Z^5$  {p, q, p ¬q,  $\Gamma$ } 然るに  $^5$  ={ ¬p, p, p ¬q,  $\Gamma$ , q} に対しては, $Z^5$  / {p, p ¬q}

特に  $\Gamma=\{q\}$ とした $\{\neg p,p,p,p\neg q,q\}$  に於いては, $p\neg q$  の安全が確保されない.[ Mizu ] はこの事情を「q が成立するという情報が単独で(つまり他の何らの保証も無く)存在し,しかも $\neg p$  という情報を有する場合には, $p\neg q$  という条件文は,もはや確かなものではない」と見る.言い換えると  $\Gamma$  は,q を導出することによって  $p\neg q$  の確かさを保証する命題,という訳である.注意すべきことは,その  $\Gamma$  の保証の働きが,導出の帰結である q を明示的に含むことによって,却って損なわれる,ということである.

#### 1.1 批判

### [0]節の含意としての働き,及び「安全」概念の曖昧さ

「安全」が未確認の,単なる「情報」としての命題に対して,節が含意として働き,新たな命題を導くことはない.しかしSIの存否の確認は,暗黙の内に含意に依拠している.即ち literal の安否は,それが含意する節(SIの論理和)の論理積の真偽に等しい.ところが含意による確証は中途半端に終わり,問題の literal とその CI は,SI が安全でなくても,安全なものとされてしまう.それらは「事実」の世界で,矛盾を生じるであろう.しかも生じた矛盾は,「情報」として投げ返される.これは言わば矛盾発生の先送りに過ぎない.

もし「情報」からの導出が許されるならば,その段階で全ての矛盾が検出され,「事実」の世界は無矛盾であることが保証される. 「が既に,矛盾を先送りする例を与えているが,下は,その最も単純な模式化である:

 $\Pi^{6} = \{p \lor \neg q, \neg p \lor \neg q, q, q \lor \neg r, r\} \quad Z^{6}_{1} = \{p \lor \neg q, \neg p \lor \neg q, q \lor \neg r, r\} \quad Z^{6}_{2} = \{q\} \quad Z^{6}_{3} = \{p, \neg p\} \\ \Pi^{6'} = \Pi \cup \{p, \neg p, q\} \quad Z^{6}_{1}' = \{q, q \lor \neg r, r\}$ 

 $Z^{c_1}/q$  は,安全性の含意による確証が,q に及ばなかったことを示す.だが q とその CI からの含意は,実は行なわれている.その結果(p,¬p)の非存在を見て,q の安全性を否認しているからである.しかもこれらの結果は q と共に,やがて  $Z^{c}$  に現れるのである.では何故, 『での明示的な導出が許されないのか?

### [1] Literal の安全性についての疑問

Literal とその全ての CI からの導出結果が真ならば,当の literal は安全である,という(十分)条件は首肯できる.だがこれを必要条件として要求するのは,強すぎるのではないか.次の二つの場合を考えよう:

$$\Pi^7 = \{p \lor \neg q, q \lor \neg r, r\} \qquad Z^7_1 = \{p \lor \neg q, q \lor \neg r\} 
\Pi^8 = \{p \lor \neg q, q, q \lor \neg r, r\} \qquad Z^8_1 = \{p \lor \neg q, q \lor \neg r, r\} \qquad Z^8_2 = \{q\} \qquad Z^8_3 = \{p\}$$

第1に  $^7$ = $Z^8$ 1月つ無矛盾であるにも拘らず,後者の導出結果が可能な全てを含むのに対して,前者は新たな事実は何も齎さない.後者の  $^8$ に於ける相対的安全が,含意による導出の是非のこのような差異を,正当化するのであろうか? 命題群 の「安全性」が, を含む,より大きな命題群 に於いて,矛盾を生じる危険の少なさを示すものとすれば,が縮小すればする程,安全性は高まるであろう. $Z^8$ 1の  $^7$ 1,  $^8$ 1に於ける安全性と,後二者の包含関係は,逆転している.

次は  $^{\circ}$ の  $^{\circ}$ であるが,その存在が  $^{\circ}$ の安全の必要十分条件でありながら, $^{\circ}$ と共に安全とは認められない,ところが正にその  $^{\circ}$ からの二次導出によって復活して来る,という不思議さである.

第3は  ${}^7$ の r が安全でないのは何故か 、それは q  $\neg r$  と連言して導く q が存在しない 、即ち  ${}^8$ の q の場合と同根で 、上述の必要条件の故である . 導出結果の安否は当の literal の安否に影響しない 、という規則 (1.0 [0.2.0]) からすれば 、その顕在を要求する必要は無いだろう . 実際  $Z^{8}$ , に於いては 、結果は正に 、導出によって顕在化して来るのである .

#### [2]一般的な三段論法の不在

 $\Pi^9=\Pi^7\cup\{p\}=\{p,\,p\lor \neg q,\,q\lor \neg r,\,r\}$   $Z^9_1=\{p,\,p\lor \neg q,\,q\lor \neg r\}$  に於いて p  $\neg q$  q  $\neg r$   $\mid p$   $\neg r$  が許されていれば ,  $Z^9_1=\{p,p$   $\neg q,q$   $\neg r,r\}$ を得る . それを不可とするのも , 不当な制約ではないか .

### [3]適切な非単調性か?

非単調性の一般形は,次のように述べられる:例外的な条件 q が存在しなければ p が成

立し,暗黙の内にqが排除されている場合に,qが生じれば,pは成立しなくなる.1.0 [5] の例は,明らかに,この形に合致しない. $Z^{\circ}$ にpを現出させたのは,他ならぬqの働きであり,そのqの顕在化が,他の条件は全く同じなのに,q自身の働きを損なうことの不合理は,既に注意した.[0] 項に指摘したように,  $^{\circ}$  に於いて,q とその CI による明示的な導出が,許されるべきなのである.

#### [4] 否定形の情報は SI たり得るのか?

 $\Pi^{10} = \{p \vee \neg q \vee \neg r, q, \neg r\}$ 

に於いては $\neg r$  が p  $\neg q$   $\neg r$  に関する SI として働き,q に対する信念が確立される.しかし次のような場合に,そのような主張は説得力を持つであろうか:q は第一原理(例えば古典力学の法則),r は特定の,推測された境界条件(例えば太陽系の惑星の質量,位置と速度),p は予測された観測結果(例えば天王星の軌道).つまり境界条件の設定に誤りが見出されれば,それは観測結果の真偽に(それどころか明示的な存否にさえ)関わらず,法則の真実性を確立するのに貢献する,という訳である.

### [5]ペンギンの逆理の解決の不自然さ

目的は,ペンギンが飛ばない鳥であることを知った上で,その合理的な説明を可能にする理論の整備に在るのか,それともペンギンを特徴付ける情報を集めて,飛ぶか飛ばないかを決定することなのか? 前者のためには,単純にf(x)と $\neg f(a)$ を加えればよい(1.0 [4]注意 2 の場合).後者であれば,飛ばない条件だけでなく,飛ぶ条件も含める必要が有るだろう.例えば P1を P1:  $x(f(x) \neg f(x) \neg f(x))$ に代えれば,f(x)が直接または間接に示されない限り,f(x)が導かれることは無い.再考やf(a)に関する二つの論理式は不要で,議論は単純化される.しかもこの両者を併せれば,矛盾も導かず, $\neg f(a)$ も得られる.極小の仮説の追加によって後戻りも無く,最も豊かな結果を導くことが,自然な解決法であるとすれば,f Mizu f(x) の方法の不自然さは否めない.

# 12 代替案

#### [0]予備的分析

一般に矛盾を含む所与の知識 に修正を加える。またはその一部を取り出すことによって、無矛盾な知識を得るために、の、推論に関して閉じた部分集合の圏を考える。簡単のため

に は有限とし、その極大な無矛盾部分集合を 」、 … 、 , また 。 = 」とする. 。 は の全ての無矛盾集合とも両立する部分集合の和、従ってそのような部分集合の内で最大のものである. の、 」を真の部分集合として含む任意の(推論に関して閉じた)部分集合は、矛盾集合であり、 と一致する.

図0に一般の場合,図1に「ペンギンの問題」(゜)の圏構造を示した.但し後者は,基底論理式を全く含まない部分集合を,興味の無いものとして,除いてある.

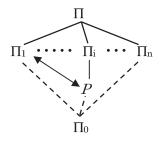


図 0 の部分集合の圏

#### [1]極大無矛盾部分集合の,合理的な選出

の任意の部分集合 Γ について, Γ が無矛盾であれば, それを含む 「が, 一般に複数個存在する. それらの内の何れを選ぶかは, 論理的には何の理由も無く, 全く恣意的である. しかしそれでは, 問題の本来の意味を汲み損なっている, と感じられるかも知れない. 例えば図1の % (ペンギンは鳥ではないが飛ぶ)は, 古典論理の過剰な推論機能が産んだ鬼子であろう. そこで次のような核信念 Z を考え, それを含む を選ぶ:

 $Z_0$  ={ 所与の基底 literal から発し,1.0 [2] に従って,矛盾が生じる直前までの層に含まれる基底 literal}

⁰の場合は

$$Z^{0}_{0} = \{p(a), \neg f(a), b(a)\}$$
  $\Pi^{0}_{i0} = \Pi^{0}_{1} = \{p(a), \neg f(a), b(a), \neg p \lor \neg f, \neg p \lor b\}$ 

### [2]補命題の修正による極大部分集合の拡大

あるいは の可能性を尽くしていない憾みも残る.そこで noを次のような手順で拡大する.

### [2.0] 補命題 N の選定

『を順次縮小して行き,最初の合流点(図1の $\{p(a),\neg f(a),\neg p\neg f\}$ 及び $\{p(a),f(a),\neg f(a),\neg p\neg f\}$ 及び $\{p(a),f(a),\neg f(a),\neg p b\}$ )に達した所で遡行し,それを含む他の極大無矛盾集合 』と, 』に含まれる 『のの最も一般的な補命題  $N_0$ (図1の  $n_2$  。  $n_4$  と $n_4$  と $n_5$  を選ぶ.この操作は, 『に最も近い無矛盾集合から, 』に含まれていない最も多くの情報を,最も根本的な形で取り出すためである.

# [2.1] Noの精密化と の拡大

。と N₀ の矛盾は , 一般に次の形を取るであろう:

L(a) を  $_{10}$   $_{1k}$  に含まれる基底 literal の論理積,M(x) を literal の論理積として  $_{10}$  に於いて真なる命題 L(a)  $_{10}$   $X(\neg L(x))$  M(x)),M(x)= M(x), M(x)0 M(x)0 M(x)1 M(x)1 M(x)2 M(x)3 M(x)4 M(x)5 M(x)6 M(x)7 M(x)8 M(x)9 M(x)9

$$N_0 = x(\neg (P(x) \ r(x)) \ Q(x)) \ N_0 = x(\neg (P(x) \ \neg r(x)) \ \neg Q(x))$$
 $_{i0} = _{i0} \{N_0 \}$ 
(  $^{0}$ の場合には、例えば  $N^{0}_{0} = x(\neg (f(x) \ f(x)) \ f(x))$ 
 $N^{0}_{0} = x(\neg (f(x) \ \neg f(x)) \ \neg f(x))$ 

#### 2. P. A. M. Dirac **の謎 (知識作用素)**

次の例は,物理学者 P.A.M.Dirac によるとされる謎 ([野崎])である.

慈悲深い王様が3人の盗賊に,3つの白い帽子と2つの黒い帽子を見せて言う:

皆に帽子を被らせる.自分の帽子は見えないが,他の2人のは見える.白い帽子を被らされたと分かって,直ちに逃げれば,罪を許す.しかし間違えたら,首をチョン斬る.

3人は互いを見詰め合い,自分の帽子の色を暫く考えていた.と,突然一斉に逃げ出し,全

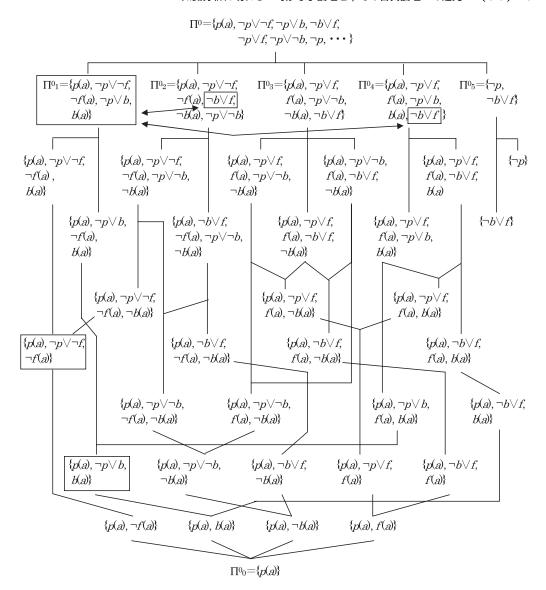


図 1 の無矛盾部分集合の圏

員助かった.彼等はどのようにして,自分の帽子の色が白だと分かったのか?

### 2.0 日常語による解と,様相論理式への翻訳

盗賊 A は,直ぐ逃げようとしない B と,それを見ている C を見て考える:

[0] B が逃げないのは,自分(A)とCが両方とも黒ではない,即ち少なくとも一方が白だからだ.Cもそのことを分かっている筈だ.

 $know(C, white(C) \lor white(A))$ 

- [1] ところで C は , 自分 ( A ) が白か黒かは , 見て知っている .
  - $know(C, white(A)) \lor know(C, \neg white(A))$
- [2]とすると,もし自分(A)が黒ならば,[0]と併せてCは,自分(C)が白だと分かって

逃げる筈だ.

 $know(C, white(C) \lor white(A)) \land know(C, \neg white(A)) \rightarrow know(C, white(C))$  (  $\rightarrow run(C)$ ) [3] ところが C は逃げない . ということは , 自分 ( A ) は黒ではない , ということになる . 逃

げろ!

 $(know(C, white(A)) \lor know(C, \neg white(A))) \land \neg know(C, \neg white(A)) \rightarrow know(C, white(A)) \ ( \ \rightarrow white(A)) \\ \hline \\$  記即図:

$$\frac{\text{know}(C, \neg \text{run}(B) \rightarrow \text{white}(C) \lor \text{white}(A)) \qquad \text{know}(C, \neg \text{run}(B))}{\text{know}(C, \text{white}(A))} \\ \frac{\text{know}(C, \text{white}(C)) \lor \text{white}(A))}{\text{run}(C)} \qquad \text{know}(C, \text{white}(C)) \lor \text{know}(C, \text{white}(A))} \\ \frac{\neg \text{run}(C)}{\neg \text{know}(C, \text{white}(C))} \\ \frac{\text{know}(C, \text{white}(A))}{\text{white}(A)}$$

上の推論は A の頭の中で行われたものであるから,ここに現れる各論理式に様相作用素 $know(A, _)$ を被せた証明図も正しい.従って結論know(A, white(A))を得る.

### 2.1 **体系からの脱出, または** meta **推論**

[0]上の推論は厳密ではない.厳密なものとするには,幾つかの公理を設定しておく必要が有る.例えば:

run(\_) know(\_,white(\_))

 $know(_p) p know(_p) know(_p) q)$ 

p( C, A ) know( B, p( C, A )) 但し p は know を含まない)

(know(\_p q) know(\_p) know(\_p) know(\_p) know(\_p q)は成り立つが,後者の逆は言えないことに注意。証明図の第1段左の論理式は,これらから,次の推論によって得られる:

¬know(B, white(B)) ¬know(B,¬(white(C) white(A))) ¬¬(white(C) white(A)) know(C,¬run(B) ¬know(B, white(B))) know(C,¬run(B) white(C) white(A)) しかしこれらの公理も,証明図全体の厳密化には尚不十分であることと,完全な証明図は,途中で用いた命題の一部(例えば¬run(B))を最後には否定するので,定理の証明と言うよりも,知識の獲得・洗練の過程を示すものであることを,注意して置く。

[1] 問題は当初,B(CやAについても同じだが)が逃げなかった,即ち自分の帽子が白か否かが分からない,と判断したのは何故か,という点に在る.結局は分かった訳だから,¬know(B, white(B))が所与の公理系から証明されることは有り得ない.つまりknow(B, white(B))もその否定も,共に証明不可能ということになる.ではこの非決定性を,Bはどのようにして知り得たのか? このような知識はそれ自体,所与の公理系と推論規則の体系の内では証

明できない.それどころか,体系そのものを対象とする,従って体系の中で用いられる言葉によっては述べ得ない,言わば脱体系的な知識である.

注意: 当初 B が判断不能の状態に在ったのは, B の無能のためでなはく, 寧ろ 3 人が全て完全な推論能力を有するからこそ判断できなかった, また 3 人とも同じ状態に在るという事実を互いに認め,公理として加え,推論を働かせることによって最終判断に至った,というのが,謎の謎たる所以である.

[2][八杉]は脱体系的な知識とそれを獲得する過程を,証明論的に分析した.(但し例題は,より簡略化されたものを取り上げている.)そのために論理式の証明可能/不可能性,論理式の有限集合の無矛盾性,体系自体の無矛盾性,等の meta 概念を定式化する.次いでこれらに関する諸定理,特に様相論理に於ける Cut 除去定理,知識作用素の除去定理,分離定理等を証明し,当初の判断不可能性を,命題論理に於ける証明不可能性(p,p q | q及びp,p q | ¬q は共に証明可能でないこと)に帰着させる.

#### 22 命題論理的な定式化

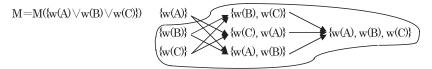
3人は完全な推論能力を有し,そのことを承知してもいるので,各自の状況認識は独我的ではなく,客観的なものであり,それに基づく行動は,認識を公なものとする.従って主観的な作用素 'know 'を排し,命題論理の枠内で定式化することの可能性が考えられる.実際[八杉] も結局は,この作用素を外すのである.命題論理に於いて真なるものは,3人が共有する公理と定理であり,始めには w(A) w(B) w(C) white を w と略記)のみが与えられている.それぞれの「逃げない」という行動は,それぞれに新たな情報を加え,それらは,行動が可視的なものである故に,(行動の元になった個別の認識 know(B, w(C) w(A))等と異なり)直ちに共有化され,公理系を精密化することになる.言い換えれば個別の認識や行動は,公理系に対して,精密化作用子として機能するのである.具体的には:

最後の導出結果の対偶を取れば ¬ run( A ) ( w( B ) w( C )) となるが ,¬ run( A ) は公理系②の下で真ではない.その真理性 ,従って w( B ) w( C ) の真理性は , A の「逃げない」という行動によって表明され ,新たな公理として③に組み入れられるのである.

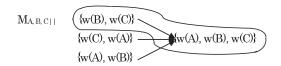
 $-\neg(w(B) \land w(C)) \rightarrow run(A)$ 

#### 2.3 Model **論的な定式化**

形式理論 T の model は一般に複数個存在し,集合 S とその上の関数の外延 F , 及び述語の外延 P によるものを順序組 S, F, P と見なすと , それらは集合論的な包含関係を射として , 一つの圏 M(T) を成す.今の場合は常に  $S=\{A, B, C\}$ ,  $F=\emptyset$  なので , これらを省略すると ,  $M(\{w(A), w(B), w(C)\})$  は下の通りである:



〇 内の部分圏は,A が「逃げない」ことによって表明する認識である.これを  $M_{A|I}$ と表すと,B, C についても同様に  $M_{B|I}$ , $M_{C|I}$ を得る.三者共通の認識は従って,これらの共通部分  $M_{A,B,C|I}$ となる:



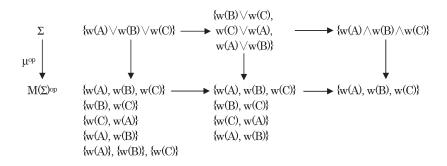
(W,B)と(W,C) の何れかが偽であるような model に於いては(W,A) が真となり,A は逃げるであろう.逆に「逃げない」ことによって A は,そのような model が排除されるべきものであることを,表明する.残るのは 〇 が示す部分圏 (W,A) が (W,A) が

#### 付記:

知識が観察事実とその論理的帰結のみから成る限り,知っていることは全て,真なることである.逆は勿論,真ならず,それは個々人の観察し得る範囲が限られており,また互いに異なっているからである.従って主観的な知識作用素は本来必要無いが,私的な知識を共有化するには,前者を反映する,何らかの可視的な行動が欠かせない.取り得る行動は「逃げる」か「逃げない」かであるが,第1段階でのこれらの行動は,私的な知識を必ずしも完全に表すものではない.例えばBはС, Aの帽子の色を知っており,「逃げる」は何れも黒であることを示すが,「逃げない」は何れかが白であることを表すのみである.従ってこの段階では,三者の知識には違いが残る.第2の段階が必要な所以である.(このことは,三者が直ちに行動するのではなく,「逃げる」・「逃げない」という意思表示を,例えば紙に書いて行い,互いにそれを確認した上で次の段階に進むという変種を考えると,より明確になる.)また「逃げる」にしても,それは自分の帽子が白いことを端的に知っているからではなく,それが既に確立している知識から証明されることを知ったからである.従って「逃げない」は証明の結果(白であること)の否定ではなく,(その段階での)証明可能性の否定なのである.(「白であること」が否定されたら,「黒であること」が知識として確立し,最後まで逃げないであろう.)

さて行動が体系内での証明可能性や不可能性を示すということは, それが脱(あるいは超)

体系的に働くということを意味する.[八杉]は,知識作用素を体系から排除することはせず, 様相論理的な枠組みを設け,そこでの証明論的な分析に訴えて,謎を解く.



 $\Sigma$ の対象が常に単一の理論であるのに対し, $M(\Sigma)$  のそれは一般に複数の model を含み(即ち理論の不完全性を示し),それ自体が圏の構造を持つことに注意.形式理論的な方法より model 論的な方が,曖昧な知識が確定的なものへと収斂する過程を,より明瞭に示すと言えよう.

#### 3. 因果関係の定式化(反事実的条件,刑法の場合)

問題は、どのような条件の下に、行為 A と刑事事件 B との間の因果関係を認めるべきか、複数の行為ないし要因が関わる場合には、それぞれにどれ程の責任を帰すべきか、ということである、刑法を踏まえた論理的分析と理論構築の一例[鈴木]を紹介し、やや混濁した議論の透明化を試みる、尚、論理的記法で記された箇所には、[鈴木]が日本語で述べたものを、筆者がその意を汲んで書き改めた部分も有ることを、断っておく、

### 3.0 基礎概念と幾つかの範例

[0]「因果法則」、「因果関係」及び「条件関係」

「因果法則」は仮言命題「A が生じれば B が生じる」の型を有し,含意 A B として形式化される.A が実際に生じた(真である)場合に,「A が生じたから B が生じた」という「因果関係」が存立し,因果法則と併せて,三段論法 A, A B B の形を取る.因果関係の存否は,「A が生じなければ B は生じなかったであろう」という「条件関係」の存否に基づいて判定される.これは因果法則の逆 ¬A ¬B と見なされる.

例 0: a は b を誤射 b に事象 a, b は死ぬと判断 b, また苦痛を見かねて更に撃ち(事象 a), b は死んだ (事象 a), a の「a0 は死ぬ」という判断は正しいとして, a2 と a2 の間に因

果関係を認めるべきか?

a の判断が正しいということは, $A_2$  が偽であっても B は真ということを意味し,従って条件関係は存立しない.しかし B を, $A_2$  の直前には生きていた B を正に  $A_2$  によって殺した,と解釈すれば,条件関係は存立する.

[1]「裏因果律」及び「択一的競合」

上の下線部を一般化して,「異なる原因からは異なる結果を生じる」(裏因果律)を措定する.これと因果律(全ての事象には原因が有る)を併せて,因果関係の条件関係への依拠が正当化される.次も,原因と結果の対応を細分化することによって条件関係を存立させる,「択一的競合」の例である.

- 例 1:a と c が b を同時に撃ち(事象 A 及び C ), 共に銃弾が心臓に命中し, b が即死した(B ). B の代わりに, a または c の撃った弾丸によって b が死んだという事象 B または B を考えれば, それぞれについて,条件関係を認め得る.
- 例 2:a が b に暴行を加え(事象  $G_1$ ), 負傷した b が乗せられた救急車が事故を起こし(事象  $G_2$ ), b が死んだ(事象 H).  $G_1$  と H の間に因果関係は存立するか?  $G_1$  が無ければ  $G_2$  は,従って H も生じなかったであろうから, $G_1$  と H の間の条件関係 は存立する.しかし刑法は,そこに「相当な」因果関係が有った,とは認めない.a の 暴行が救急車の事故を起こした訳ではない,即ち  $G_1$  と  $G_2$  の間に因果関係が存立しない からである.
- [2]「自由論的」因果法則,及びそれに基づく既成事実の消去

上の例を,次のように一般化する:時間的に継起する事象列  $A_1$  , ... ,  $A_n$  に対して,因果 法則  $A_1$   $A_n$  は

- [2.0]  $((A_i A_{i+1}) (\neg A_i \neg A_{i+1}))$  ならば「自由論的」,
- [2.1] そうでなければ「運命論的」

と呼ぶ、後者の所以は,例 2 で言えば, $G_1$ と H の間に因果関係を見るのは,b は負傷した時点で既に,事故に遭って死すべき運命が定まっていたことを示唆する,という訳である.「自由論的」因果法則の下では,[ 2.0 ] が成り立たなければ, $A_1$  と  $A_n$  の間に因果法則は存立しない. $(A_1 - A_{i+1})$  ( $\neg A_1 - \neg A_{i+1}$ )でないような最大の i を m とすると, $A_1$  ,…, $A_{m-1}$  は 既成事実として,因果法則から消去し得る.

- [3]「付帯状況」、「要因」及び「要素結果」
- [3.0] 或る状態が結果の生起に寄与していても、その状態への遷移が、直接の原因を生じたのでなければ、当の状態は「付帯状況」として因果関係から消去できる.
- [3.1]  $A_1, \ldots A_n$  B且つ $A_1, \ldots A_{i+1}, A_{i+1}, \ldots A_n$  B ではない時,  $A_i$ をBの「要因」と言う.
- [3.2] A のみから生じる結果 B を「要素結果」と言う.
- [3.3]  $A_1, ..., A_{i-1}, A_{i+1}, ..., A_n$  から生じる結果を G として , B と G との差異  $D_i$  を「補結果」と言う .

- [3.4] B が空でなければ B を , 空ならば D を A に「帰責」する .
- 例 3: 脳に疾患の有る b ( 状態  $A_1$  ) が a から軽い暴行を受け ( 事象  $A_2$  ), 死んだ ( 事象 B ).  $A_1$  及び  $A_2$  と B の間の因果関係を , どのように認定すべきか? 因果法則  $A_1$  B (i = 1, 2) が存立しないから , 自由論的には [ 2 ] より ,  $A_1$  及び  $A_2$  の何れも B の要因である .  $B_1$  は空だから ,  $A_1$  には ,  $D_1$  = 致死と軽傷の差異 を帰責する . また  $A_2$  には , 軽傷の責を帰す .

### 3.1 批判

- [0]「因果法則」 $cause\ effect(A,B)$  あるいは含意 A B b c , 原因事象 A の真偽については ,
- [0.0] cause\_effect(A, B) の真偽と A の真偽(生起/非生起)は独立である,
- [0.1] 両者から,真偽に関わり無く,B が証明される: A B A | B,
- [0.2] 従って,特に両者が共に真ならば,Bも真である,の三点が,言い得ることの殆ど全てであろうが,[鈴木]は,誤った,ないし意味不明なことに多言を費やす.
- [0.3] A, B の間に「因果関係」が有れば,A, B 共に真でなければならない,即ち A, B の何れかが偽ならば偽である,その意味で,三段論法 A B A | B に於ける推論記号 | は,「連言の性質」を持つとされる.
  - しかし | は,真理値の関数としての論理記号ではなN.のみならず A B A | B は,A, B の真偽に関わらず,常に正しN.ここには二重の錯誤が有る.
- [0.4] また「因果関係」に於ける三段論法は,両辺が共に真でなければ存立しない,そのようなものとして解釈すべきであると言う.しかし常に正しいものに存否の問題は無く,両辺が真なる場合も,そうでない場合も,解釈に違いは無い.証明図一般に,異なる解釈を許す余地は無いのである.
- [0.5] そもそも命題の真偽は、(恒真命題を除き)model によって異なるが,三段論法は,如何なる model に対しても均しく適用される,経験的内容を欠く概念である.かかる形式的概念に訴えても,経験的事象間の関係としての因果関係の解明や定式化に益する所は無い.因果関係「A が生じた,だから B が生じた」の「だから」が推論記号 | によって表されるとしたのは,日常言語の曖昧・多義的な用法による錯覚に過ぎない.
- [1] 因果法則を含意として定式化するのも,前者の経験的内実を捉え損なった結果である. このことは周知であるが,論理的な観点から重要な点を挙げると:
- [1.0] (裏因果律を措定した)因果法則の下では,原因が生じなければ結果も生じないが,含意は,前件が偽であるならば,常に真である:
  - $\neg A \neg cause\_effect(A, B) \neg A (A B)$
- [1.1] 因果法則の下では,原因 A と共にその効果を消す事象 C が生じれば,結果 B は生じないが,含意は,前件を増せば,常に真であるこを保つ(因果法則の非単調性):  $cause\_effect(A,B)$  (A C) ¬B (A B) (A C) B
- [1.2] 原因 A と共に全く無関係の事象 C が生じ,結果 B を生じても,C, B の間に因果法則が有る訳ではない(原因事象の適切さ)

 $\neg cause\_effect(C, A B) C (A B)$ 

[1.3] 同時に生じる二つの事象の何れからも他方を演繹できる,従って双方向の含意が成立しても,科学的にはその一方のみが因果法則として成立する場合が有る(D\_N Modelの反例):例えば光の方向と物体の影の形.

#### [2]「現実の生起/非生起」という概念の曖昧さ

「現実世界」について語る限り、生じた事象の非生起を前提とする議論は、意味を失う.では「現実に生じた」事象の間の「因果関係」の存否が、当の事象の非生起に関する「条件関係」の存否に依存するというのは、何故か、如何なる世界の事柄か? それはこの現実世界でも、如何なる特定の世界でもない、同一の事象が同一の世界に於いて生じ、且つ生じないというのは有り得ないからである。明らかに我々は、可能な事象の集まりから成り、複数の可能世界に分かれる領域について語っている。

- [2.0] 条件関係の存否は,前件が真である現実世界を眺めている限り,答が無いばかりか,有意味ですらない.それは,前件が偽である世界の全てに目を向けて,その全てに於いて後件も偽であるか否かを,問うているのである.[鈴木](3頁)の混乱した文言は,このことの認識の欠落を示す以外の何ものでもない.
- [2.1] 勿論,現実に生じた事象は特権的な事象であり,現実世界はそれら特権的な事象から成る,唯一の特権的な世界である.しかし「現実の生起/非生起」を言説によって確かめることはできない.事実問題が争われている場合でも,争点は,検察側と弁護側のそれぞれが構築して見せる言説的 model の何れが,共通に認識されている現実世界(の一部)とより良く整合しているか,に在る.現実の生起が確認された二つの事象についても,それらの間に想定される因果関係は可視的ではなく,条件関係の不可視性は,前項の通り更に著しい.因果法則や刑法の措定する領域は,現実世界と言説的世界を共に含む多世界領域であり,言説の及ぶ限りでは,現実世界も言語的世界と同じく,可能な世界の一つに過ぎない.逆に,任意の(因果的に閉じた)世界を措定すれば,そこでの生起を語ることができ,それは「現実の生起」と何ら異なる所が無い.可能世界は全て対等であり,「生起」という概念は,世界に相対的な概念なのである.

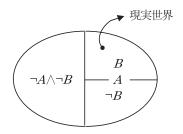


図2 多世界の領域

### [3]「裏因果律」及び「択一的競合」の恣意性

刑法は自然科学的な知見としての因果法則に忠実であるか,または場合によっては,科学的には誤った,ないし無意味な言説に依拠するか(それは如何に正当化されるのか?)の何れかを,鮮明にすべきであろう.例1が事実である限り,科学的に正当な因果法則としては

cause\_effect( A, B ) cause\_effect( C, B ) cause\_effect( A C, B )

しか有り得ない.二つの死を分けるならば,それらは異なる可能世界に属するであろう.

[4]「自由論的因果法則」(例2)と「要因」(例3)

[40] 例2の  $G_1$ :  $G_2$  が救急車に乗せられている」は, $G_2$  の必要条件であると言う([鈴木] 6頁).それを明示するには, $G_2$  =  $G_1$   $G_2$  : 「救急車が事故を起こした」と書けばよい.とすれば,例3もそれに倣って  $G_2$  =  $G_1$   $G_2$  : 「 $G_2$  は疾患の有る脳に暴行を受けた」

 $A_1$ :「b は脳に疾患が有る」  $A_2$ :「b は暴行を受けた」とすべきであろう.その時,両例の相似は明らかである:



- [4.1]  $G_1$  従って  $G_1$  が ,  $G_2$   $G_1$  なるが故に H の要因ではないのであれば ,  $A_1$  も ,  $A_2$   $A_1$  の故に B の要因ではない .
- [4.2] 逆に $A_1$ と $A_2$ の独立性「bに脳疾患が無くても,a は暴行を加えていただろう」を言うならば,何故「b が乗っていなくても,救急車は事故を起こしていただろう」と言えないか?「 $G_1$  が生じていなければ,救急車は病院に急ぐ必要は無かった」([鈴木]6頁,尚これは,同頁のように $G_2$   $G_1$  ではなく, $G_2$   $G_1$  として定式化されるべきでである)というのは,「救急搬送中の救急車は事故を起こしがちだ」という因果法則を立て,それを上図上段に挿入する必要性を示唆する.それは[鈴木]には明示されていないし,自明なことではない.問題は「自由論」か「運命論」かの論議ではなく,自由論の立場から,具体例を正確に述べることに在る.

以上の批判の核心は,次の点に在る:

- ・因果法則を事象(命題)の間の含意として,その実現を三段論法として定式化することは, できない。
- ・因果法則,及びそれに基づく刑法の対象とする領域は,複数の可能世界から成る.
- ・自然言語による記述は、問題の正確な理解を妨げ、精妙な解明を要する差異を、曖昧の内に 隠蔽してしまう、厳密な文法(構文規則と意味定義)に従う形式言語による記述を必須とす る。

これらを踏まえた代替方法の構築に当っては、明らかに、多世界領域を model とする様相論理への依拠の適切さ・必要性を検討しなければならない、それが次節の課題である。

#### 4. 可能世界の問題(様相論理)

様相論理には,様々な変種が有る.2節で論じた know は様相的作用素であり,これを含む論理も,様相論理の一種である.本節では先ず,前節の因果性に関わる種類,所謂 Lewis Kripke Framework の概略を,次にその[Bar 1]による古典論理的接近法を紹介し,最後に筆者の因果性の定式化を述べる.

4.0 可能多世界領域の論理 (Lewis Kripke Framework)

簡単のために命題論理の場合に限る.

[0] 多世界領域と到達可能性

複数の世界から成る領域を U,  $U^2$  の上の述語「世界  $s_2$  は世界  $s_3$  から到達可能できる」を  $A(s_1,s_2)$  とする.

Aに対しては,次の性質の幾つかを満たすことが考えられる:

- [0.0] 反射性:全てのsについてA(s,s)
- [0.1] 対称性:  $A(s_1, s_2)$   $A(s_2, s_1)$
- [0.2] 推移性: A(s<sub>0</sub>, s<sub>1</sub>) A(s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>) A(s<sub>0</sub>, s<sub>2</sub>)
- [1] 様相作用子 (必然性)及び (可能性)
- [1.0] 命題論理式 p または p を p 、様相論理式または単に論理式と言う p .
- [1.1] 論理式に対して,命題論理の論理記号及び を繰り返し施した式も,論理式として許す
- [1.2] 論理式 p に対して , p ¬ ¬ p と定める .
- [2] 様相論理式の,多世界領域に於ける充足

p が世界 s に於いて充足される(真である)こと:

$$s \mid = p$$
  $s(A(s, s) \mid s \mid = p)$ 

「3]公理系

命題論理の公理に各種の公理を加える.下に代表的な系を挙げる.

- [3.0] T系
- [3.0.0] 必然性:全ての定理 p に対して p
- [3.0.1] 全ての論理式 p に対して p p 特に  $s \mid = p$   $A(s_0, s)$  とすれば  $s_0 \mid = p$  従って  $A(s_0, s_0)$ , 即ち A は反射的である.
- [3.0.2] 全ての論理式 p, q に対して (p q) (p q)
- [3.1] S4系
- [3.1.0] T系の公理
- [3.1.1] 全ての論理式 p に対して p p 特に  $s \mid = p$   $s(A(s_0, s_1))$   $A(s_1, s)$   $A(s_0, s)$  とすれば  $s_0 \mid = p$ , 即ち A は推移的である.
- [3.2] S5系
- [3.2.0] T系の公理
- [3.2.1] 全ての論理式 p に対して p p これらの公理より S 5 は S 4 を含むことが分かる.従って A は推移的.また特に  $s \mid = p$   $A(s_0, s)$   $A(s, s_0)$  とすれば  $s_0 \mid = p$ , 即ち A は対称的である.
- 4.1 'Informational Modal Framework [Bar 1]

[Bar 1] の理論的基礎は 'Classification であるが,その一般論は[Bar 0]と[Bar 1]に譲り,主にLewis Kripke 的枠組の場合を紹介する. 先ず幾つかの基礎概念の定義と性質を列挙すると:

[0]S: 世界の集合  $\Sigma$ : 型の集合 s S,  $\sigma$   $\Sigma$  について  $s = \sigma$ 

*Information Context* :  $S, \Sigma$  , | =

Lewis Kripke frame:特に  $\Sigma = 2^s s = \sigma s \sigma$ 

[1] Gentzen 列  $\Gamma$ ,  $\Delta$  :  $\Gamma$ ,  $\Delta$   $\Sigma$  について

$$\Gamma \mid \Delta$$
 s  $\gamma \quad \Gamma(s \mid = \gamma)$   $\delta \quad \Delta \quad (s \mid = \delta)$ 

 $\Gamma \mid \Delta$  であるような  $\Gamma, \Delta$  を「不可能」、そうでないものを「可能」な列と言う.

- [2] 状態 ( $\mathit{State}$ ):  $\Sigma$  の分割  $\Gamma$ ,  $\Delta$   $\Omega$ : 全ての状態の集合 : 全ての可能な状態の集合 s S に対して  $\mathit{state}(s)$   $\Gamma$ s,  $\Delta$ s 但し  $\Gamma$ s  $\{\sigma: s \mid = \sigma\}$   $\Delta$ s  $\Sigma$   $\Gamma$ s 全ての s について  $\mathit{state}(s)$
- [3] 逆に任意の  $\omega$  に対して s S が存在し,  $\omega$  = state(s). Lewis Kripke frame の場合は, このような s は一意的に定まる.

[4] 命題 (*Proposition*):  $\Omega$  の部分集合

命題 p が可能/不可能 p / =  $\phi$  p が s に於いて真 (s|=p) state(s) p

- [5] Informational Modal Framework (Information Frame):  $M = S, A = S^{e}$
- [5.0] sAt であるような t を , s から到達可能 (accessible) であると言う .
- [5.1] 各々のs S E Gentzen 列  $\Gamma$ ,  $\Delta$  に対して

$$\Gamma \mid s \Delta$$
  $\delta \Delta (t \mid s \Delta)$ 

 $\Gamma \mid {}_s \Delta$  であるような  $\Gamma, \Delta$  を s 不可能 , そうでないものを s 可能と言う .

s 可能/不可能な状態を , state(s) から到達可能/不可能とも言う .

s: s 可能な状態の集合

- [5.2]  $\omega$  ,  $\omega$  sate  $(sAt \omega = state(t))$ . Lewis Kripke frame の場合は , このような s は 一意的に定まる .
- 「6] 様相作用子
- [6.0] 命題pに対して p { $\omega$ : s  $\zeta$ ( $\omega$  = state(s)  $\zeta$  p  $_s$ )} p ¬ ¬p
- [6.1] s = p  $\zeta(\zeta p_s)$  If sAt state(t) p state( $\{t: sAt\}$ )  $p \phi$
- [6.2] s = p state( $\{t : sAt\}$ ) p

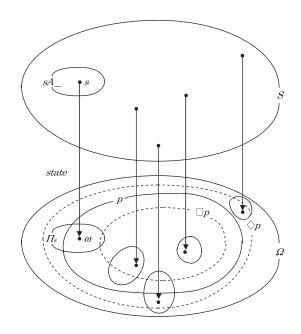
様相作用子を付された命題の充足は,4.0[2]の定義に合致する.また基本的な論理的公理を満たす.例えば:

$$(p q) (p q) (sAs (s = p) (p))$$

[Bar 1] の方法は,様相論理の基礎概念と性質を満たす特別な *classification* を構築する,一つの構成的・外延的接近法であると言えよう(4.2 [5] 項参照).

#### 42 多状態・多世界線的領域に基づく因果性の定式化

刑法は、特定の事件が起きようと起きるまいと、また検察と弁護人が、互いに如何に矛盾する言説を開陳しようとも、常に共通の理論的基礎を提示している筈である。科学は、或る実験が行なわれるか否かによらず、自然は同一・不変の法則の支配下に在る、と見る。一方、様相論理の領域に在っては、それぞれの世界に於いて真なる命題は一般に異なり、互いに矛盾することも許される。このことは、刑法や自然科学が、様相的ではない単一の大局的理論として記



**図**3 Informational Modal Framework

述され,またそれらの対象領域が,初期・境界条件のみによって異なる複数の世界から成るべきことを要請する.筆者は先に,工業製品の仕様記述の一環として,この要請に沿う因果性の定式化を試みたが([柳生]),その要点を述べると共に,[鈴木]の所説,様相論理や[Bar 1]の方法との対比を明らかにする.

# [0]基礎概念

因果性は,専ら物理的世界に於ける事象の生起を支配する原理であり,且つ事象とは物理的対象の状態の遷移に他ならないとの考えに基づき,以下のように基礎概念を定義する:

- [0.0] 物理的対象を表す記号(識別子)の領域 E,及び物理的対象(の組)の状態の空間  $T_i$  (i=1~n)
- [0.1] 状態関数  $state_i$ :  $E^{di}$  2<sup>Ti</sup>,及び各  $e^i$ =( $e_i$ ,..., $e_{di}$ )  $E^{di}$ に対して,型  $state(e^i)$
- [0.2] E の可能な状態全てから成る型  $S = \Pi state(e^i)$  (全ての i 及び  $e^i$  に亙る  $state(e^i)$ の直積)
- [0.3] 次のような意味を持つ S 上の 2 項述語 trans 及び 3 項述語 cause\_effect を定める:

 $trans(s_0, s_1)$ : 状態  $s_0$  から  $s_1$  への遷移(同じ  $trans(s_0, s_1)$  によって表す)が許されること  $cause\_effect(s_0, s_1, s_2)$ : 事象  $trans(s_0, s_1)$  が原因となり,事象  $trans(s_1, s_2)$  を生じること

#### [1] 状態遷移の自発的生起,分岐,及び合流

全ての事象は,何らかの原因を持つ.しかしEが外部の事象を原因として状態を変える場合は,Eを見ている限りでは,自発的に事象が生じている.そのような事象を表すために,次の述語を用意する:

 $self(s_0, s_1)$  cause\_effect( $s_0, s_0, s_1$ )

世界が決定論的であるとすれば,同一の原因からは,常に同一の結果が生じる.しかし自発的な状態遷移については,複数の状態への遷移(分岐)を許すべきであろう.外部の影響を考えると,上で $\mathfrak s_0$ と書いたのは,実は複数の状態の差異を捨象したものであり得るからである.逆に異なる原因から同一の結果が生じること(合流)は無論,認める.「裏因果律」(3.0 [1])の類は措定しない.

#### [2] 時間経過の明示,相対的因果性,実現可能世界,及び到達可能性

### [2.0] 時間経過の明示,及び部分空間相対的な因果性

述語  $cause\_effect$  の定義 [ 0.3 ] に於いて,原因事象の第 2 引数と結果事象の第 1 引数が同じ $s_1$ であるのは,原因が生じてから結果を引き起すまでの時間を捨象しているからである.その時間を明示するには,次のように考える.先ず時点 T に於ける $s_2$  から $s_3$  への遷移を引き起すということは, $T \sim T + t$  を通して状態  $s_3$  が変らないことを前提とする,という点に注意する.これは因果性の概念が  $T \sim T + t$  の間の世界線,一般には部分状態空間に相対的であることを意味する.そこで部分状態空間 R に於ける因果関係を

cause\_effect( $s_0, s_1, s_2$ ; R)

と記すと,時間tを隔てた因果関係は,次の論理式によって表される:

 $trans(s_0, s_1)$   $cause\_effect((s_1, T+t-\delta t)(s_1, T+t)(s_2, T+t)); \{(s, u): T \ u < T+t \ s = s_1\})$   $(cause\_effect(s_0, s[T, T+t), s_2)$  と略記)

### [2.1] 因果系列,及び実現可能世界(世界線)

特に重要な部分空間である因果系列を,有限または無限の状態列として,次のように定義する:

chain(S) {
$$\sigma$$
  $_{n}S^{n}$   $S^{N}$ : i(self( $\sigma(i),\sigma(i+1)$ ) cause\_effect( $\sigma(i-1),\sigma(i),\sigma(i+1)$ ;  $\sigma([0, ))$ )}

これに基づいて,次の条件を満たす部分状態空間 R を,実現可能な世界(世界線)と言う:任意の s, t R に対して,r R 及び r と s, r と t を結ぶ R 内の因果系列が存在する.因果系列はは勿論,世界線である.

[2.2] 到達可能性,部分世界,及び世界の拡大世界線 R<sub>6</sub> と R<sub>7</sub> に対して, q<sub>1</sub> r<sub>1</sub> R<sub>6</sub>, s<sub>1</sub> R<sub>7</sub> 及び r<sub>2</sub> から s に至る因果系列 σ が存在するならば, R<sub>6</sub> は R<sub>7</sub> に到達可能である(R<sub>6</sub>AR<sub>1</sub>)と定める.これは反射的であるに過ぎないが, s に始まる R<sub>1</sub> 内の因果系列とその分枝を R<sub>1</sub> とすると, R<sub>6</sub>AR<sub>7</sub> は推移的であり,従って S<sub>4</sub> の公理を満たす.またこの時,σ

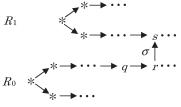


図3 到達可能性 R<sub>0</sub>AR<sub>1</sub>

とR を加えることによって、R を拡大することができる、

### [3]「現実の生起」という概念

「実世界」は,一つの世界線 W として表象される.表象である以上それは,3.1 [ 2.1 ] に触れたように,全ての可能世界と対等である.或る事象が「現実に」生起するとは,それが W に含まれるということに他ならない.或る仮設,例えば検察あるいは弁護側の主張,が 説得力を持つためには,それと「実世界」が互いに到達可能であることが,必須であろう. 一般に或る世界に含まれる事象を,その世界で実際に生じる事象である,何れかの世界に含まれる事象を,生起可能であると言う.即ち

 $\sigma$  での実際の生起:  $trans\_a(s_0, s_1; \sigma)$   $\sigma$  chain(S)  $(s_0 = \sigma(i) s_1 = \sigma(i+1))$  生起可能性:  $trans\_p(s_0, s_1)$   $\sigma$ : chain(S)  $trans\_a(s_0, s_1; \sigma)$ )

# [4]刑法に於ける因果性

3.0 節に紹介した範例に対して本節の方法を適用し,[鈴木]の提起する問題に,一つの別解を与える.

例 0: 誤射 (事象  $A_1$ ), 二度目の射撃 (事象  $A_2$ ), 被害者の死 (事象 B)

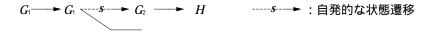
「被害者は死ぬ」という判断は、問題の本質であるので、事象  $A_0$  「被害者は瀕死の重傷を負った」を加えて、因果系列を下のように構成する:



例 1: 同時の射撃(事象 A 及び C), 被害者の死(B) 一般に,複数の原因の生起が,それぞれの結果の生起を阻む 可能性を考慮すれば,右図のようになる:



例 2:暴行(事象 G),被害者の救急搬送(事象 G),救急車の事故(事象 G),被害者の死(事象 H) G を生じる原因は,考察の対象の領域 S の外部に在るとすれば,G からの遷移は自発的である:



例 3: 脳の疾患 ( 状態  $A_1$  ), 疾患の有る脳への暴行 ( 事象  $A_2$  ), 被害者の死 ( 事象 B )  $A_1$  は事象  $A_2$  の生起直前の状態であり, 結果 B の生起に不可欠であるので, 因果系列は,本来の,状態を節とする形で示されるべきである.また脳の罹患という原因事象は領域外に在ると考えれば,下のようになる:

例1を除いて分岐が現れる.それぞれの枝が,それぞれに一つの因果系列を成す.

#### 「5] 様相論理,及び「Bar1]との対比

抽象的な様相論理に対して[Bar1]の方法は,単一の classification を措定するのと,写像 state によって到達可能性を世界の領域から状態の領域へ移し,命題を後者の上で外延的に定義する点に於いて,限定的であった.例えば複数の classification とそれらの間の informorphism から成る information channel ([Bar0])の全体は,扱えない.しかしこの方法は,様相作用子の働きを具体的に定義し,命題の集合をその働きに関して閉じたものとするという,利益を齎した.本節の方法は,以下の点に於いて,更に限定的であると同時に,少なくとも物理的対象の世界に関する限り,より豊かで精密な構造化を可能にする,強力な概念枠組を与える:

### [5.0] 単一理論と単一世界

世界は唯一つ存在し、単一の理論に従うというのが、基本的な前提であり、これは、多世界を許す立場からは、本質的な制約を意味する。

### [5.1] 可能状態と因果性

しかし世界は,一組の対象が取り得る,複数の(場合によっては無限の)異なる状態の全てを包含する,多状態世界である.一つの状態が遷移する次の状態も,一般に複数の可能性が有るが,それら全ても,同じ世界の,存在資格に於いて同等な成員である.一つの状態遷移が原因となって次の状態遷移を生じるならば,この遷移の連鎖は因果性の一つの顕れであるが,因果性そのものは,仮に原因が生じなくても変り無い.例えば同圧の  $H_2$  と  $O_2$  を体積比 2:1 で混合し,点火すれば同じ質量の水が生じる,という法則と,この法則が一般的に成り立つこの世界の同一性は,特定の実験が行なわれるか否かに影響されないのである.

#### [5.2] 状態と事象

事象を状態遷移と同一視することによって,状態と事象の区別と関係を明確にした.こうして例えば過去の事象が,その後続状態として,後に自発的に生じる原因事象の先行状態を用意したという形で,今の問題に関わることが定式化される([4]例3).

#### [5.3] 世界線と局所理論

世界には多数の,実現可能な部分世界としての世界線が存在し,それらの間に,因果系列を橋渡しとして,到達可能性も定義される.このような状況が,Kripke 的な多世界性に対応する.これら全ての世界線を統一的に支配する単一の理論を措定するのが,様相論理と異なるのである.それぞれの世界線に固有の局所理論 Th を与える必要が有れば,世界線を特定する述語 p を定義して, w(p(w)) Th を大局理論に加えればよい.世界線の量化が,

1 階言語の枠内で許されることに注意.多世界線を必然とするのは,反事実的条件文(実験が行なわれないにも拘らず,主張されるような)の許容や,検察と弁護側の異なる筋書き双方の包含を可能にするためである.後者は,世界が唯一つ存在するという強い実在論的立場にも拘らず,我々は時に,その単一世界に関する異なる言説の何れが正しいかを決定し得ないという,知の限界を反映しているのである.そのような事情は,Diracの謎に於いても(過渡的ではあるが)現れたのであった.

#### 「5.4] Program との類比

最後に本節の方法と,計算機の program 及びその実行との類比を見て置こう.一つの命令の実行は,計算機の状態を変えるという意味で,一つの事象と見ることができる.構文的に正しい命令(機械語の場合は,bit の配列が処理装置の受容するもの)は, $trans(\_,\_)$ に相当する.Program を初期状態から走らせれば,命令の実行列は因果系列を成す.もしwait\_and\_switch case cl:el;...cn:en; というような命令に行き着けば,計算機は立ち止まり,外部からの入力によって,次にel,...en の何れかが選ばれる.これは $self(\_,\_)$ に他ならない.このような系列が一つの世界線wであって,その過程で実行される命令が $trans\_a(\_,\_;w)$ ,何らかの正当な入力からの実行列に現れるのが $trans\_p(\_,\_)$ という訳である.言説としての $trans\_p(\_,\_)$ という記である.言説としての $trans\_p(\_,\_)$ という位しているのは,言うまでも無い.

#### 5. 結語

非古典論理への傾斜は、問題の形式理論化に拘りつつも、古典論理の記述能力が十全でない時に、論理そのものを拡張すべく現れる。しかし不完全性定理や自然数の強非決定性に見られるように、形式理論への還元は、本質的な困難を伴う。従って論理を拡張しても、model の考察は原理的に不可欠であり、それどころか、例えば多世界的様相論理のように、論理の拡張に応ずる model の複雑化を要求する場合も有る。言わば二重の努力を強いられるのである。更に非古典論理にも様々な変種が有り、問題の型ごとに異なる論理に頼るのも、Ockham の剃刀の利益を重んじる立場からは、望ましいことでない。一方、集合論を始め、殆どの数学の形式理論的側面が、一階述語論理の枠内に収まっている事情に照らすと、論理は古典論理に留め、model の充実や多 model 的領域の分析によって問題を解決する接近法が考えられる。本論はこの接近法を採用し、幾つかの題材について、その可能性を示した。

### 追補:

#### 4.0 [3.1.1]及び[3.2.1]の証明

S4 の場合:  $s \models p \equiv \forall s_1(A(s_0, s_1) \land A(s_1, s) \rightarrow A(s_0, s))$  に対して  $s_0 \models \Box p \Leftrightarrow \forall s(A(s_0, s) \rightarrow (s \models p)) \Leftrightarrow \forall s(A(s_0, s) \rightarrow \forall s_1(A(s_0, s_1) \land A(s_1, s) \rightarrow A(s_0, s)))$  の成立は自明、従って  $s_0 \models \Box \Box p$  が成立

- $s_0 \models \Box \Box p \Leftrightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow (s \models \Box p)) \Leftrightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow \forall s_2 (A(s, s_2) \rightarrow (s_2 \models p)))$
- $\Leftrightarrow \forall s(A(s_0,s) \rightarrow \forall s_2(A(s,s_2) \rightarrow \forall s_1(A(s_0,s_1) \land A(s_1,s_2) \rightarrow A(s_0,s_2))))$
- $\Rightarrow \forall s_1 \forall s_2 (A(s_0, s_1) \land A(s_1, s_2) \rightarrow A(s_0, s_2))$

**S5** の場合: 先ず **S4** を含意し、従って推移的である。

$$\Diamond p \to \Box \Diamond p \Rightarrow \neg \Box \neg p \to \Box \neg \Box \neg p \Rightarrow \neg \Box q \to \Box \neg \Box q \Rightarrow \Box q \leftarrow \Diamond \Box q$$
従って
$$\Box p \qquad \Box \Box p \\ \downarrow \qquad \uparrow \\ \Diamond \Box p \to \Box \Diamond \Box p$$

次に  $s \models p \equiv A(s_0, s) \land A(s, s_0)$  に対して

 $s_0 \models \Diamond p \Leftrightarrow A(s_0, s_0)$  が [3.2.0] により成立、従って  $s_0 \models \Box \Diamond p$  が成立  $s_0 \models \Box \Diamond p \Leftrightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow (s \models \Diamond p)) \Leftrightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow \exists s_1 (A(s, s_1) \land (s_1 \models p)) \Leftrightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow \exists s_1 (A(s, s_1) \land A(s_1, s_0))) \Rightarrow \forall s (A(s_0, s) \rightarrow A(s, s_0))$ 

# 参考文献 [Ayer] A. J. Ayer/神野慧一郎;「知識の哲学」, 白水社, 1981.

[Bar 0] J. Barwise/J. Seligman: 'Information Flow', Cambridge Univ. Press, 1997.

[Bar 1] J. Barwise: 'Information and Impossibilities', Notre Dame Journal of Formal Logic, Vol. 38 No. 4, 1997.

[Corn] F. M. Cornford: 'Plato's Theory of Knowledge', Routledge & Kegan Paul, 1960.

[ Get ] E. Gettier: 'Is Justified True Belief Knowledge?', Analysis 43, 1963.

[ Mizu ] M. Mizumoto: 'A Simple Nonmonotonic Logic as a Model of Belief Change', Annals of the Japan Association for Philosophy of Science, Vol. 12 No. 1, Nov. 2003.

「鈴木 〕 鈴木延寿:「条件関係と因果関係」,科学基礎論研究98号,2002.

[野崎] 野崎昭弘:「詭弁論理学」,中公新書,1984.

[ 柳生 ] 柳生孝昭:「工業製品と組込み Software の形式的要求仕様」, 日本ユニシス「技報」 79 号, 2003.11.

[八杉] 八杉満里子/小田宗兵衛:「体系からの脱出:証明論による解析」, 科学基礎論研究 96号, 2001.

#### 執筆者紹介 柳 生 孝 昭 (Takaaki Yagiu)

1957 年東京大学理学部数学科卒業.58年,日本レミントン・ユニバック株式会社(現日本ユニシス株式会社)人社.米国駐在員,応用ソフトウェア部長,システム本部長,常務取締役を経て,現在,同社顧問.東京大学人工物工学研究センター客員研究員.著書:'Modeling Design Objects and Processes', Springer Verlag, 1991., 訳書:「ある数学者の生涯と弁明(G.H. Hardy),シェプリンガー・フェアラーク東京,1994.,共著:「新工学知」(吉川弘之監修),東京大学出版会,1997.