

創成時トリム面の技術課題

Technical Problems of Trimmed Surface Creation

清水 保 弘, 石 田 敦

要 約 CAD システムにおいて、自由曲面創成の最初からトリム面として作成しなければならない場合が存在する。成形性見込み変形で、トリム面を変形する場合は一例である。その技術課題の中で、基底面とトリム境界線の離れが精度以内になるよう制御することは共通した難課題である。これは、基底面を微小変形して目標トリム境界線に貼り付ける「フィット面変形」とよぶ技術により解決できる。

Abstract There are situations where direct creation of trimmed surface, not trimming of existing surface is required in product shape modelling environment. One typical example is deformation of trimmed surface from press forming point of view. One technically difficult issue of this direct creation of trimmed surface is how to control the deviation between base surfaces and trimming boundary curves within allowable numerical tolerance. One resolution to this issue called 'fit-surface deformation' which performs infinitesimal deformation of given base surfaces so that they fit to given boundary curves will be presented in this paper.

1. は じ め に

CADCEUS^{*1}では、曲面を表現するのに、「基底面」（数式で定義された曲面データ）の上で閉曲線列により囲まれた所定の側を有効領域としている。曲面の有効領域が基底面の定義範囲全体に一致しているとき「全体面」、一致していないとき「トリム面」という。

CADCEUSが提供している各種の曲面作成コマンドで曲面を作成すると、その曲面は、全体面として作られるのが普通である。トリム面は、通常、作成済みの曲面に対して、集合演算などの曲面演算を施した結果として発生する。本稿で取り上げる題材は、トリム面発生の通常でない場合、すなわち、曲面を創成する最初からトリム面として作成される場合である。本稿では、これを「創成時トリム面」とよぶ。

平面・円柱面などのように解析幾何の数式で表現された曲面を「解析面」とよび、それ以外の曲面を「自由曲面」とよぶ。自由曲面の基底面は、一般にスプラインなどにより表現される。解析面では、通常の場合でも創成時トリム面が作成される場合がある。例えば、“N 角形平面コマンド”により平面を作成すると、平面の基底面定義範囲は無限なので、トリム面として作成される。このような創成時トリム面には特に言及すべき技術課題は存在しない。これに対し、自由曲面で創成時トリム面を作成するのは、技術的難度が高い。このため、例えば、多方向フィレット合流部などの複雑な領域に自由曲面を当てはめる“N 辺ボカシ面”コマンドでは、創成時トリム面を回避するため、穴領域を複数の四辺形領域に内部的に分割し、全体面の貼り合わせとして曲面を作成する方式が採用されてきた。

しかし、自由曲面であっても、創成時トリム面の技術課題に挑戦せざるを得ない場面が存在する。以下の 1)～4)の場面は、創成時トリム面の典型例と考えられる。

1) 縮退面の非縮退化

曲面の基底面は、2 方向のパラメタで定義されているが、例外的に、そのうちの 1 方向

が1点に退化した「縮退点」とよばれる箇所を持つ基底面がある（このような基底面を「縮退面」とよぶ）。例えば、円錐面先端の尖点や、球面の極（緯線、経線のように球面上の位置を特定するためのパラメータ一定線の網目が集中する点）が縮退点の例である（図1）。

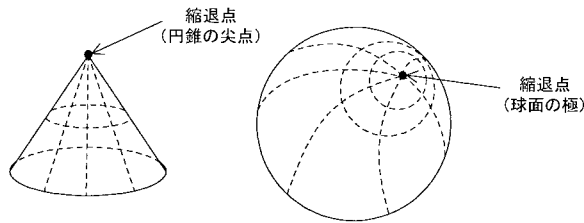


図1 縮退点の例

ここで、縮退点は、基底面の表現に伴う概念であることに注意されたい。例えば、CADCEUSでは、平面の基底面は、平面上の基準点と基準点を原点とする直交2軸でパラメタ表現されるので、縮退点は存在しない。この基底面を三角形形状の閉曲線で囲んでトリム面として有効領域を切り出しても、三角形の頂点が縮退点になる訳ではない（図2）。

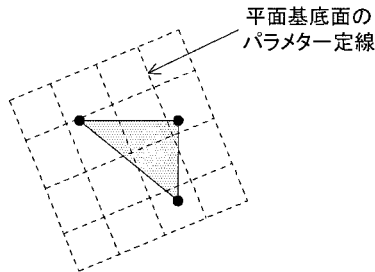


図2 平面三角形の頂点は縮退点でない

自由曲面でも、縮退点を許した基底面の表現形式がある。CADCEUSでは縮退点を仕様として許している。しかし、縮退点では、曲面の法線ベクトル計算をはじめ、各種の曲面演算が不安定になることが多く、演算の実装には特別な注意が必要になるので、縮退点の存在を仕様として禁じている市販CADシステムもある。このような他システムとCADCEUS間でデータ交換するには、CADCEUS側で“縮退面の非縮退化”の前処理が必要になるであろう。このような前処理では、縮退面が全体面であっても、その基底面境界は保持して、新しく非縮退基底面を近似的に作り直し、もとの境界線で囲まれたトリム面として実現する必要がある。ここに創成時トリム面が発生する（図3）。

2) 特殊なスイープ面

乗用車の外板面を意匠的に設計する際に、粘土模型（クレイモデル）での造形手法を模して、曲線定規形状（ヘラ）をガイド線に沿って掃引（スイープ）した軌跡として自由曲面を作り出す手法がある。ガイド線とヘラとの接点がスイープに伴って徐々に変わるものとすれば、ガイド線が“基底面上を斜めに走る面上線”になるように、内部処理で基底面を作る必要がある。このような自由曲面の作り方は、実際にガイド線で曲面の有効領

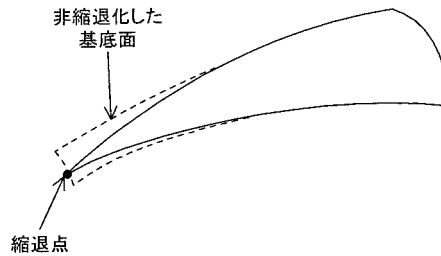


図3 縮退面の非縮退化

域が区切られるか否かにかかわらず，創成時トリム面の技術が必要とする（図4）．

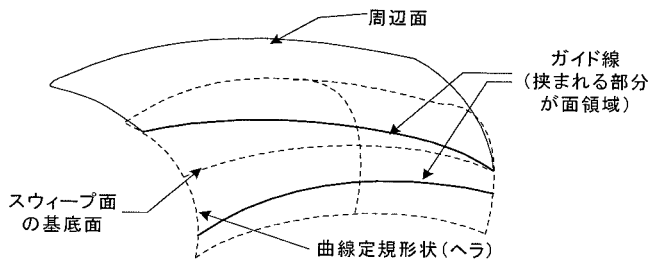


図4 特殊なスウィープ面

3) 内周見切り面

CADによる樹脂金型設計で，例えば，携帯電話モデルのボタン穴空孔部に上下型の見切り面（PL面）を設計する場面を想定しよう．穴の周辺形状が平面的でなく緩やかに曲面形状をなしている場合には，見切り面を自由曲面のトリム面として作る必要がある．これを一面で作ろうとすれば，基底面は四辺面であり，ボタン穴に沿った見切り線（PL線）を境界線とする創成時トリム面となる（図5）．

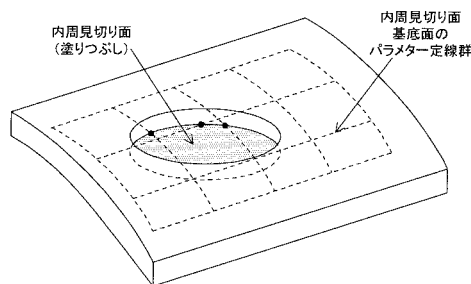


図5 内周見切り面

4) 成形性見込みでのトリム面の変形

スプリングバックやオーバークラウンのようなプレス金型に対する成形性見込み機能の実装では，貼り合わさった構成面群で与えられる元面モデルに対して，各構成面の形状傾向（縦横パラメータ定線の走り方）と，周辺との接続関係（折れて繋がっているか，滑ら

かに繋がっているか)を保持した変形が要請される。

ここで、元面の構成面がトリム面である場合、変形後の対応面を枠線だけから内挿して全体面として作ってしまうと、パラメータ一定線の走り方の傾向を元面と変えてしまうことになる。成形性見込みでは、これは失敗面と評価される場合が多い。そこで、変形前後で、基底面どうし、境界線どうしを形状の対応関係があるように内部処理を工夫する必要がある。すなわち、トリム面の変形面は、創成時トリム面として作成しなければならない(図6)。

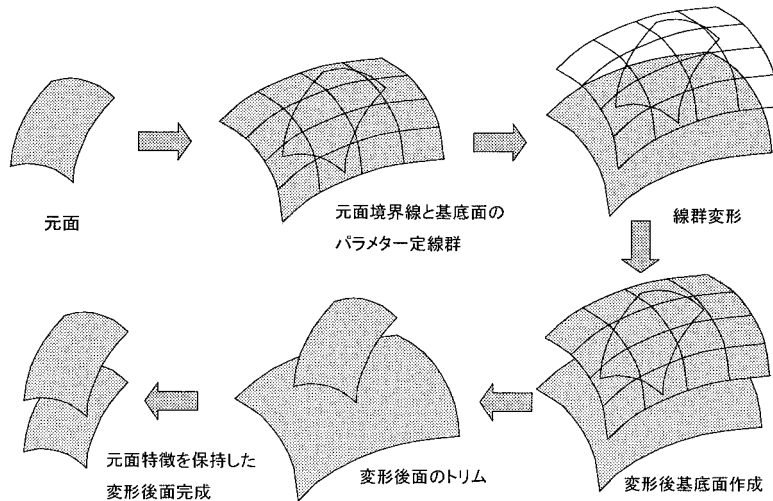


図6 成形性見込みでのトリム面の変形

以上の1)~4)のような自由曲面における創成時トリム面の技術課題は、

基底面と面有効領域の境界線(トリム境界線)を同時に作成しなければならないこと

と要約される。当然のことながら、トリム境界線は必要精度以内で基底面上に乗った面上線でなければならない。

ここで、「トリム境界線とは独立に基底面を作成し、その後で、トリム境界線を基底面に投影すればよいではないか?」という考えが浮かぶかもしれない。しかし、次の観点から、この考えは採用することはできない。

CADCEUSのように立体を扱える“ソリッドモデラ”では、通常、ひとまとまりのモデルを構成している個々の面(CADCEUSでは「構成面」とよぶ)をばらばらには扱わない。隣接する構成面は、共有境界線を介し必要精度以内で貼り合わされて全体を構成している必要がある。このように構成面が貼り合わさった全体をCADCEUSでは「複合面」とよび、立体は閉じた複合面で表される。複合面の中の一構成面として自由曲面を作成しようとする場合、トリム境界線を一構成面の事情だけで、その基底面に投影することは、周辺構成面との間に境界線の剥れを発生させる可能性が高い。すなわち、複合面のモデリングとしては上記の考え方は適切とはいえない。

創成時トリム面の技術課題を内部処理まで想定して詳細化すると、次の2つの課題となる。

課題1：まず、トリム境界線と相性の良い“適切な”基底面を作成すること

課題2：次に、基底面と境界線の離れ誤差がシステム許容誤差以内になるように基底面を微調整すること

確かに、基底面を作成する技術とトリム境界線を作成する技術には異なる側面があるので、両者独立の部分があることは否めないが、両者の離れが可能な限り少ないように作成する必要がある。これが課題1である。しかし、課題1を克服したとしても、基底面作成の初期の場面で、トリム境界線を面上に乘せることは困難である。両者に微小な離れがある場合、上述したように境界線を投影することはできないから、調整の余地があるのは基底面の方である。このことを述べたのが課題2である。

課題1の場合、各アプリケーションごとに手法は様々に異なり得る。上述した四つの典型例でも実際、“適切な”基底面作成で留意すべき技術要件はすべて異なる。これらの各論は、本稿では割愛する。

これに対して、課題2には共通の技術課題

基底面を微小変形して、共有境界線に貼り付ける
(本稿では「フィット面変形」とよぶ)

がある。

本稿では、創成時トリム面作成の要素技術の中で、共通した難課題である「フィット面変形」に焦点を絞り、必要な技術を解説する。

2. フィット面変形の技術

2.1 課題の定式化

トリム境界線と相性が良いよう“適切に”作成された自由曲面の基底面が、適当な次数（例えば3次）とノットベクトルにより、次のように $p \times q$ 次 B スプライン曲面表現されているとする。

$$\mathbf{S}(u, v) = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^L N_{i,p}^U(u) N_{j,q}^V(v) \mathbf{P}_{i,j} \quad (2-1)$$

ここで、 $N_{0,p}^U(u), \dots, N_{K,p}^U(u)$ は u 方向の p 次 B スプライン基底関数、 $N_{0,q}^V(v), \dots, N_{L,q}^V(v)$ は v 方向の q 次 B スプライン基底関数、 $\mathbf{P}_{0,0}, \dots, \mathbf{P}_{i,j}, \dots, \mathbf{P}_{K,L}$ は対応する制御点網である。B スプライン曲面に関する用語の定義と基本性質に関しては、文献[1][2]を参照されたい。

次に、曲面 $\mathbf{S}(u, v)$ に変位 $\delta \mathbf{S}(u, v)$ を足し込んで、新しい曲面 $\tilde{\mathbf{S}}(u, v)$ に変形したいとしよう。

$$\tilde{\mathbf{S}}(u, v) = \mathbf{S}(u, v) + \delta \mathbf{S}(u, v) \quad (2-2)$$

$\delta \mathbf{S}(u, v)$ を $\mathbf{S}(u, v)$ と同一の B スプライン形式により

$$\delta \mathbf{S}(u, v) = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^L N_{i,p}^U(u) N_{j,q}^V(v) \delta \mathbf{P}_{i,j} \quad (2-3)$$

と表現すれば、変形後曲面は、

$$\tilde{\mathbf{S}}(u, v) = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^L N_{i,p}^U(u) N_{j,q}^V(v) (\mathbf{P}_{i,j} + \delta \mathbf{P}_{i,j}) \quad (2-4)$$

として得られる。変位 $\delta \mathbf{S}(u, v)$ を (2-3) の形の曲面形式で表現したものを「変位曲面」とよぶ。

このように曲面変形を定式化すると、「フィット面変形」の課題とは、

変形後曲面 $\tilde{\mathbf{S}}(u, v)$ が与えられたトリム境界線にフィットするように

変位曲面 $\delta \mathbf{S}(u, v)$ をいかにして構成するか

とまとめられる。

2.2 Welch-Witkin 論文で提示された基礎技術

このような曲面変形の問題を一般的に論じたのは、Welch-Witkin[3]である。[3]で提示されている技術は創成時トリム面作成の重要技術であるが、教科書等で解説されているとは言えない。本節では、フィット面変形の観点から、[3]の必要部分を解説する。フィットしたいトリム境界線は一般に複数本あるが、ここでは、記述を簡単にするため、そのうちの1本のトリム境界線について述べる。

変形前曲面 $\mathbf{S}(u, v)$ 上の面上線 $\mathbf{c}(t)$ は、 (u, v) パラメタ空間の曲線 $(u(t), v(t))$ を経由して

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{S}(u(t), v(t)) \quad (2-5)$$

と表される（面上線の定義範囲を $ts \leq t \leq te$ とする）。この面上線を目標トリム境界線 $\bar{\mathbf{c}}(t)$ にフィットさせるように変位曲面を構成すること、つまり

$$\delta \mathbf{S}(u(t), v(t)) = \bar{\mathbf{c}}(t) - \mathbf{c}(t) \quad (2-6)$$

なる $\delta \mathbf{S}(u, v)$ を求めることが、問題である。ここで記号を簡単にするため、

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{c}(t) &= \delta \mathbf{S}(u(t), v(t)) \\ \mathbf{d}(t) &= \bar{\mathbf{c}}(t) - \mathbf{c}(t) \end{aligned} \quad (2-7)$$

とおこう。 $\delta \mathbf{c}(t)$ は求めるべき変位曲面の面上線変位、 $\mathbf{d}(t)$ は与えられた曲線沿いの変位である。すると、拘束条件 (2-6) は、

$$\delta \mathbf{c}(t) = \mathbf{d}(t), \quad ts \leq t \leq te \quad (2-8)$$

と書かれるが、条件式 (2-8) は、面上線の定義範囲 $ts \leq t \leq te$ 全体に渡る無限個の条件式になっており、このままでは解法手続きに乘せることはできない([3]では、“超限的な拘束条件” transfinite constraints とよばれている)。Welch-Witkin[3]の重要なアイデアは、(2-8)を曲線沿いに積分された最小自乗条件に置き換えたことである。すなわち弱い拘束条件として、

$$\int_{ts}^{te} \|\delta \mathbf{c}(t) - \mathbf{d}(t)\|^2 dt \rightarrow \min \quad (2-9)$$

を課す ($\|\bullet\|$ はベクトルの大きさを表す)。 $\delta \mathbf{c}(t)$ の未知数は変位曲面の制御点 $\delta \mathbf{P}_{i,j}$ たちであ

り, (2-9) は,

$$\frac{\partial \left[\int_{ts}^{te} \|\delta \mathbf{S}(u(t), v(t)) - \mathbf{d}(t)\|^2 dt \right]}{\partial \delta \mathbf{P}_{i,j}} = 0, \quad 0 \leq i \leq K, 0 \leq j \leq L \quad (2-10)$$

という条件になる. 積分 (2-9) を適当な面上点サンプリングに基づいた台形公式などの数値積分で表現すれば, (2-10) で偏微分しようとする式は, 未知数 $\delta \mathbf{P}_{i,j}$ たちの 2 次式であり, 偏微分した結果を $=0$ と置いた (2-10) 式は, [未知数 $\delta \mathbf{P}_{i,j}$ たちの 1 次式] $=0$ という線形の拘束条件 (linear constraints) になる. これは解法手続きに乘せられる拘束条件である.

変位曲面という観点からは, トリム境界に沿ったこれらの拘束条件を満たす変位が曲面の全体に渡って分布するのが望ましいであろう. [3]では, これを“曲面を薄板と考えるモデル”により実現している. 弾性体でできた薄板ならば, 変位拘束に対して, “曲面の曲げエネルギーが最小になる”ように曲面全体が変位すると想定される. この状況を模すため, 曲げエネルギーとして次式を想定する ([3]では次式より複雑な形まで一般的に想定しているが, 本稿では最も単純なエネルギー式を述べる):

$$E[\delta \mathbf{S}] = \iint_{us \leq u \leq ue, vs \leq v \leq ve} \left(\left\| \frac{\partial^2 (\delta \mathbf{S})}{\partial u^2} \right\|^2 + 2 \left\| \frac{\partial^2 (\delta \mathbf{S})}{\partial u \partial v} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial^2 (\delta \mathbf{S})}{\partial v^2} \right\|^2 \right) dudv \quad (2-11)$$

エネルギー式 $E[\delta \mathbf{S}]$ は未知数 $\delta \mathbf{P}_{i,j}$ たちの 2 次式であり, エネルギー最小条件

$$\frac{\partial E[\delta \mathbf{S}]}{\partial \delta \mathbf{P}_{i,j}} = 0, \quad 0 \leq i \leq K, 0 \leq j \leq L \quad (2-12)$$

は, 未知数 $\delta \mathbf{P}_{i,j}$ たちに関する連立 1 次方程式である.

こうして, 「フィット面変形」の変位曲面を求める問題の解法は, 各トリム境界線に対応する線形拘束条件 (2-10) の下で, 曲げエネルギー最小に対応する連立 1 次方程式 (2-12) を解けば達成されることがわかった ([4]では, この形の方方程式の解法技術が論じられている).

3. 成形性見込み変形での創成時トリム面

本章では, プレス金型設計支援のため CADCEUS が提供している成形性見込み機能の一つ「オーバークラウンコマンド」を例にして, 創成時トリム面の実際を紹介する.

オーバークラウンは, プレスの過程で面領域的に発生する歪みを事前に見込んでおくための変形である. 図 7 にオーバークラウンコマンドの指示概要を図示する. リフトしたい面領域は, リフト境界線で囲み, リフト量とともに指定する. 固定領域線の外側は変形しない領域である. リフト領域線と固定領域線の間は, リフト量がほかされる, ここに等高線を指示してほかし領域のリフト量を制御できる.

図 7 の例題では, 5 個の構成面からなる複合面を変形するが, すべての構成面がトリム面である. その一つを図 8 に示す. 基底面のパラメータ一定線群の通し方には設計者の意図が含まれているため, 基底面の変形では, この傾向を保持する必要がある. また, 変形後にトリム境界線と基底面との離れを精度以内にするため, 前章で説明した「フィット面変形」をはじめとする微調整技術が実装されている.

変形後の結果を図 9 に示す. 成形性見込み変形では, 一般に変形量が小さいため, 意図した変形がされているかどうかを評価するために, 変形前後の複合面間の距離分布を色分け表示す

る機能（距離マップ）などを援用することが多い。

図 10 は、変形の様子を可視化した模式図である（目視できるように変形量を大きくしてある）。基底面の傾向が変形で保持されていることがわかる。固定領域に含まれる 2 面を除いて、変形領域の 3 面はすべて創成時トリム面として作成されている。

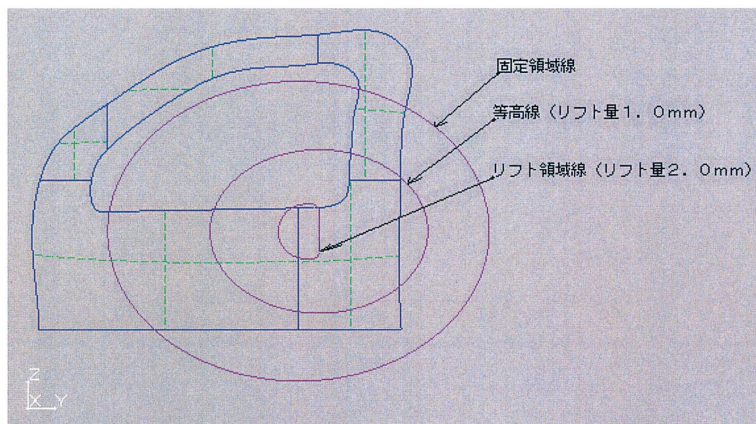


図 7 オーバークラウンコマンドの変形指示例

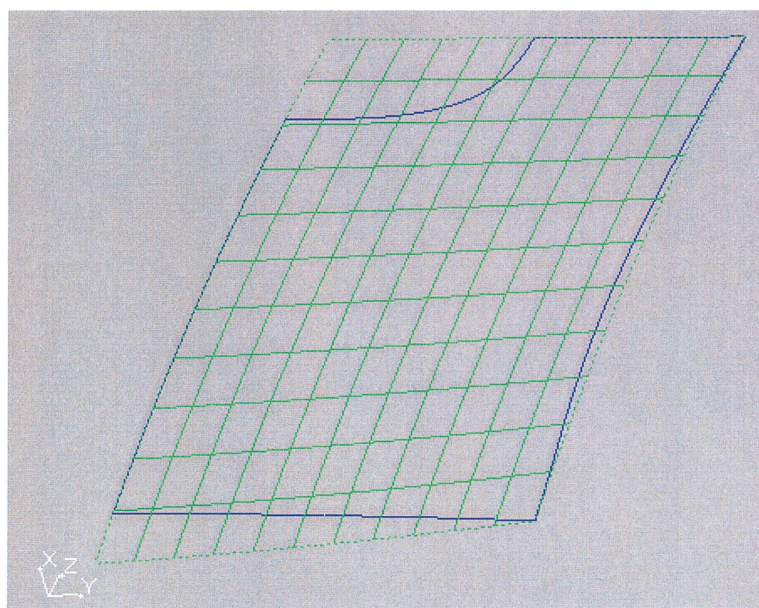


図 8 オーバークラウンコマンドで創成される一構成面の状況
(基底面は黄緑色点線, パラメータ定線群は黄緑色実線, 境界線群は青色実線)

4. お わ り に

本稿では、創成時トリム面の技術課題の総論、および各論として、難課題である「フィット面変形」技術について解説した。Welch-Witkin 論文[3]は、優れた着想を含む論文であり、そこで提示されている技術は、もっと普及してよいと考えている。本稿が、その一助になれば

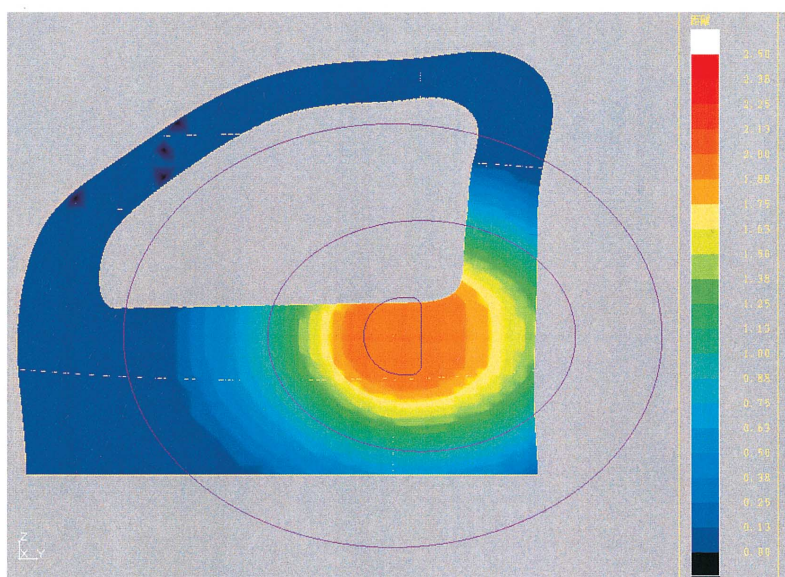


図9 オーバークラウンコマンドにおける変形前と変形後の複合面間距離分布表示

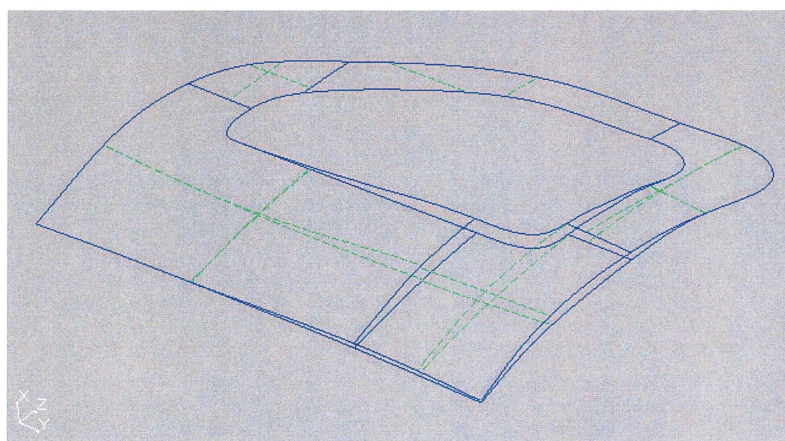


図10 オーバークラウンコマンドにおける変形前と変形後の模式図

幸いである。

最後に、Welch-Witkin 論文[3]に注目すること、および、曲面変形・エネルギー最小化技術全般に関する技術情報をご教示くださった(株)トヨタコミュニケーションシステムの石田順二氏に感謝したい。

* 1 CADCEUS: 日本ユニシスグループで開発・サポート・販売しているCAD/CAM/CAE/CG統合システムである。

- 参考文献 [1] L. Piegl and W. Tiller, "The NURBS Book", Springer-Verlag, 1995, pp. 81-110.
 [2] 清水保弘, 関戸勝己, "周辺面群との接続機能付きメッシュ面創成コマンドの開発", UNISYS 技報, Vol. 19, No. 4, 2000, pp. 1-26.

- [3] W. Welch and A. Witkin, "Variational surface modeling", Computer Graphics 26, (Proceedings Siggraph '92), July 1992, pp. 157-166.
- [4] G. Celniker and W. Welch, "Linear constraint for deformable B-spline surfaces", Computer Graphics 25:2, (1992 Symposium on 3 D Graphics), 1992, pp. 165-170.

執筆者紹介 清水 保 弘 (Yasuhiro Shimizu)

1954 年生。1978 年東京大学理学部数学科卒業。1984 年東京都立大学大学院理学研究科博士課程満期退学。1985 年日本ユニバック(株)(現日本ユニシス(株))入社。CAD/CAM システムの開発に従事。現在、日本ユニシス・ソフトウェア(株)に出向中。1999 年度から 2003 年度まで東京大学大学院数理科学研究科連携併任講座客員教授。日本数学会会員。情報処理学会会員。

石 田 敦 (Atsushi Ishida)

1969 年生。1992 年東京大学理学部数学科卒業。1998 年東京大学大学院数理科学研究科博士課程満期退学。同年日本ユニシス(株)入社。CAD/CAM システムの開発に従事。現在、日本ユニシス・ソフトウェア(株)に出向中。