

意匠データに対する二次非一様 B-spline 曲線によるフィッティング

Quadratic Non-uniform B-Spline Curve Fitting for Styling Design Data

土 江 庄 一

要 約 本稿では、平面曲線で表される意匠データに対し、曲率連続 (G^2) の二次 B-spline 曲線によるフィッティング法を提案する。 G^2 条件の実現には、非一様なノットベクトルを使用する。これにより、通常使用されるノットベクトルに対して、冗長なセグメントの発生も抑止でき、より少ないセグメント数で G^2 接続の曲線が生成できる。提案手法では、B-spline 曲線の制御点とノットベクトルを別々に計算することにより、複雑な非線形最適化計算が回避できる。提案手法のプロトタイプによる実験を行い、ノイズを含む意匠データに対しても高品質な曲線が生成できることを検証する。

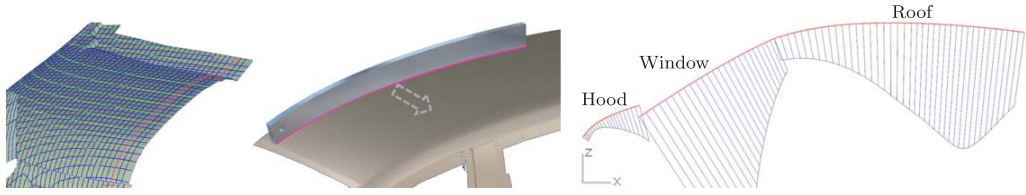
Abstract We propose a new method for fitting curvature continuous (G^2) quadratic B-spline curve to styling design data of planar free-form shapes. In order to attain the G^2 continuity of the B-spline curve, we use a non-uniform knot vector, which also enables the curve to be composed of fewer segments against the uniform one. In our method, control points and knot vector of the B-spline curve are separately calculated, therefore, we can avoid solving them by a complicated nonlinear optimization. By conducting experiments, we demonstrate that high-quality curves can be generated even from noisy data.

1. は じ め に

自動車外形などに代表される意匠デザインでは、(i) 複数のセグメント/パッチで構成される曲線/曲面を曲率連続で繋ぎつつ、(ii) 全体として滑らかな曲線/曲面として生成する必要がある。そのため、デザイン系の CAD (Computer Aided Design) システムでは、Class A と称される高品質な曲線/曲面を生成する機能を有し、多くのシステムでは三次以上のパラメトリック曲線/曲面が採用されている。

意匠 CAD データの生成過程において、平面曲線は最も基本的な形状要素ながら、その高い品質が強く求められる。意匠曲面の典型的な生成法である掃引モデリングでは、図 1(a) の概念図に示すように、カーブ定規で規定されるような高品質な断面曲線 (平面曲線) を図の矢印方向に掃引することにより、生成される曲面の品質が保証される。図 1(b) はクレイモデルの測定データから、意匠 CAD モデラが生成した断面曲線の例である。当該曲線の生成に際し、意匠 CAD モデラは過去の経験に基づいて、測定データとのフィッティング誤差を考慮しながら上記 (i) (ii) が満足されるまで、フィッティング作業を繰り返し行っているという課題がある。

二次のパラメトリック曲線は、広く利用されている三次の曲線に較べて、自由度が少なく、要件 (i) (ii) を満たす曲線を生成することは困難と考えられている。しかし、その一方で、曲率単調性やノイズを含む測定データへのロバスト性など、その使用の利点も考えられる。そこで、本稿では、意匠データに対する曲率連続な二次パラメトリック曲線のフィッティング法について議論する。



(a) Hood の断面線群と Roof の掃引モデリング

(b) 意匠 CAD 曲線

図 1 断面線群と掃引モデリングおよび意匠 CAD モデラによる断面曲線の例

2. 関連研究と貢献

曲線フィッティングの研究は、古くから多くの研究者によって行われている。2.1 節では本稿の内容と深く関係する研究について、2.2 節では本研究の貢献について、それぞれ述べる。

2.1 関連研究

意匠曲線データの表現に必要な曲線の最低次数は 2 である。一般に、円錐曲線 (conic section) と呼ばれる二次曲線は、その性質が完全に解明されており、Liming (1944)^[1]などの例に見られるように、デザイン領域への適用も古くから議論されている。一方、市販 CAD システムで広く採用されている Bézier/B-spline といったパラメトリック曲線^{*1}に着目すると、近年では、有理二次の複合 Bézier 曲線 (rational quadratic composite Bézier curve) による曲率連続性の研究^{[2][3][4]}などが盛んに行われている。三次のパラメトリック曲線では、より多くの研究^{[5][6][7][8][9]}が行われており、特に、Mineur ら^[7]は三次以上の Bézier 曲線による意匠デザインのための平面曲線の生成法を論じている。その後、複合 Bézier 曲線への拡張^{[10][11]}が行われたが、実データへの適用に際し、セグメント接続位置を適切に抽出することの課題が指摘されている。

最適化手法に基づいて滑らかな曲線/曲面を生成する手法についても、古くから多くの研究^[12]が行われている。曲線の滑らかさ (fairness) は、汎関数 $\mathcal{L}$ の弧長での積分を最小化することによって評価される：

$$\min \int_0^L \mathcal{L}(s, \kappa(s), \kappa'(s), \kappa''(s)) ds,$$

ここで、 κ , s , $\mathcal{L}$ はそれぞれ曲率、弧長パラメタ、曲線の弧長を示し、 $'$ は s での微分である。以下、二つの代表的な汎関数を取り上げる。

- $\mathcal{L} = (\kappa')^2$ の最小化は、Minimum Variation Curve (MVC)^[13]と呼ばれ、Euler-Lagrange 方程式から $\kappa''(s) = 0$ となる。 s に関して 2 回積分すると、 $\kappa(s) = cs + d$ ($c, d \in \mathbb{R}$ の定数) となる。この曲率が弧長に対して線形に変化する性質を有する曲線は、スパイラル曲線 (Euler spiral) あるいはクロソイド (clothoid) 曲線と呼ばれる。近年では、クロソイド曲線のフィッティング^{[14][15][16]}も盛んに論じられている。
- $\mathcal{L} = (\kappa'')^2$ の弧長に関する積分を離散近似した次式の最小化は、離散型クロソイドスプライン (discrete clothoid spline)^{[17][18]}と呼ばれる：

$$\mathcal{L}_{Discrete} = \sum_i |\Delta^2 \kappa_i|^2, \quad (1)$$

ここで、 $\Delta^2 \kappa_i = \kappa_{i+1} - 2\kappa_i + \kappa_{i-1}$ である。厳密なクロソイド曲線によるフィッティングでは、

図 1(b)に示すような弧長に対する曲率の変化が線形でない意匠曲線を厳密に再現することはできないが、滑らかな曲線を得るために、式(1)を曲率の平滑化フィルタとして利用することは有用である。詳細は 5.3 節で取り上げる。

最後に、非一様 (non-uniform) な B-spline 曲線のフィッティングに関する研究について述べる。B-spline 曲線を扱う研究の多くは、取扱いが容易な一様ノットベクトルを使用しているが、冗長なセグメントが発生するというデメリットもあり、非一様ノットベクトルの使用が望まれる。しかし、非一様 B-spline 曲線によるフィッティングでは、複雑な非線形の最適化問題から制御点とノットベクトルを求めなければならない、様々な方法^{[19][20][21]}が提案されている。

2.2 本研究の貢献

本稿の主張は次の二点である：

- 平面曲線で表される意匠データに対する二次パラメトリック曲線によるフィッティング；
- 非一様ノットベクトルによる曲率連続な二次 B-spline 曲線。

初めに、本稿では自由曲線の表現に必要な最低次数のパラメトリック曲線を使用して、フィッティングを行う。これにより、測定データのようにノイズが多く含まれる場合でも、ロバストなフィッティングが実行でき、セグメント内では予期せぬ曲率ゼロの点 (inflection point) の発生を防ぐことができる。また、得られた曲線に対し、後から端末の延長操作を行っても、滑らかな曲率変化を維持した曲線が得られる。この延長操作は意匠デザインにおいて重要である。

次に、二次 B-spline 曲線 $\mathbf{C}(t) = \sum_{i=0}^{K-4} B_{i,2}(t)\mathbf{Q}_i$ (K : ノット数, $B_{i,2}(t)$: B-spline 基底関数, $\mathbf{Q}_i$: 制御点) のセグメント間の曲率連続性を満足するために、Käferböck^[22]は基底関数 $B_{i,2}(t)$ を一様なノットベクトル $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ で規定されるものに固定し (図 2(a)), $\{\mathbf{Q}_i\}$ の配置に幾何学的な条件^{*2}を課しているのに対し、本稿では、与えられた $\{\mathbf{Q}_i\}$ を固定して、曲率連続を満たすような $B_{i,2}(t)$ になるように、非一様な $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ を決定する (図 2(b))。各制御点 $\mathbf{Q}_i$ は二次複合 Bézier 曲線のフィッティング結果から抽出し、その制御点からノットベクトル $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ の初期値を求め、最終的に曲率連続となるように $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ を調整する。このように、B-spline 曲線の $\{\mathbf{Q}_i\}$ と $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ の計算を分離することで、複雑な最適化計算を回避することができる。また、非一様ノットベクトルにより、少ないセグメント数でも望ましい曲線形状の表現が可能となる。

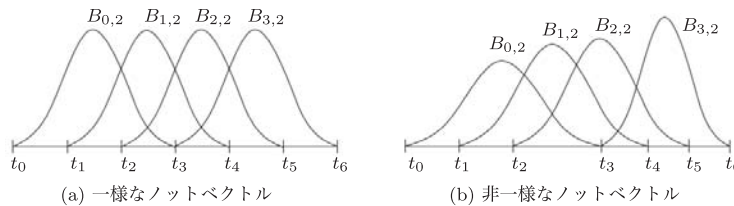


図2 ノットベクトルと二次 B-spline 基底関数 $B_{i,2}(t)$ ^{*3}

以降、本稿では、3章で提案手法について述べ、実験結果を4章に示す。その後、5章では提案手法の効果を議論し、最後の6章でまとめを行う。

3. 提案手法

本章では、二次の非一様 B-spline 曲線によるフィッティング法を示す。提案手法は次の三つの処理からなる。初めに、セグメント接続点で G^0 (位置連続) 条件を課し、複合 Bézier 曲線によるフィッティングを行う (Step 1)。次に、Step 1 で得られた曲線に対し、 G^1 (接線連続) 条件を課して再フィッティングを行う (Step 2)。最後に、Step 2 で得られた制御点から、B-spline 曲線の制御点と最適なノットベクトルを求め、 G^2 曲線を得る (Step 3)。以下の各節ではステップ毎の詳細を述べる。

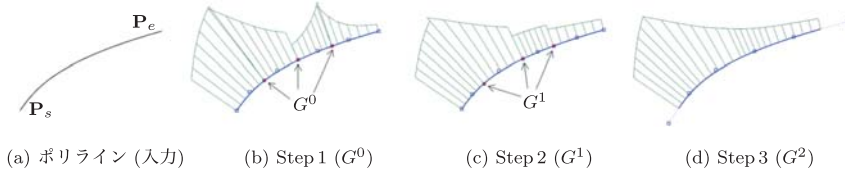


図3 提案する曲線フィッティングの過程：セグメント数 $M=4$ の例。

本研究では、測定点列や測定メッシュなどから生成されたポリラインを入力データとし、曲線フィッティングの境界条件として、求める曲線 C の両端末 C_s , C_e を入力データの端末 P_s , P_e にそれぞれ固定する (図3(a))：

$$C_s = P_s, \quad C_e = P_e. \quad (2)$$

3.1 Step 1：二次 G^0 の複合 Bézier 曲線によるフィッティング

入力データに対し、指定されたセグメント数 M の二次複合 Bézier 曲線の最小二乗法によるフィッティングを行う。本処理では、入力データからセグメント分割位置を適切に推定することを目的とし、Bézier 曲線の接続点では G^0 条件を課す。微分連続性の条件を取って与えないことで、解が鈍らず、フィッティング誤差を小さく抑えられる。図3(b)は本処理で得られる曲線の例を示す。

二次 G^0 の複合 Bézier 曲線 C^{G0} を得るために、次の目的関数 J_1 を最小にするような $(2M-1)$ 個^{*4}の制御点を計算する：

$$J_1 = \sum_{i=1}^N \left(C^{G0}(u_i) - P_i \right)^2, \quad (3)$$

ここで、 P_i は $C^{G0}(u_i)$ に対する入力データ上の最近点で、 N は評価点数である。本研究では $N=100$ とした。

3.2 Step 2：二次 G^1 の複合 Bézier 曲線によるフィッティング

Step 1 で得られた曲線 C^{G0} に対して、接続点に G^1 条件を課し、再度、最小二乗フィッティングを行う。この再フィッティングでは、 C^{G0} により、適切な初期値 (制御点) から計算が行なえる。図3(c)は本処理で得られる曲線の例を示す。 G^1 条件は各 Bézier 曲線のスケールを考慮し、二つの接線ベクトル $T_e^{(m)}$, $T_s^{(m+1)}$ の大きさの比によってスケール因子を定義する^[23]：

$$k_m = \frac{|\mathbf{T}_e^{(m)}|}{|\mathbf{T}_s^{(m+1)}|} = \frac{|\mathbf{Q}_n^{(m)} - \mathbf{Q}_{n-1}^{(m)}|}{|\mathbf{Q}_1^{(m+1)} - \mathbf{Q}_0^{(m+1)}|},$$

ここで、 $\mathbf{Q}_i^{(m)}$ は m 番目のセグメントの i 番目の Bézier 制御点である (図 4 を参照)。このとき、接続点における G^1 条件は次式で与えられる：

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_n^{(m)} &= \mathbf{Q}_0^{(m+1)}, \\ \mathbf{Q}_n^{(m)} - \mathbf{Q}_{n-1}^{(m)} &= k_m (\mathbf{Q}_1^{(m+1)} - \mathbf{Q}_0^{(m+1)}). \end{aligned} \quad (4)$$

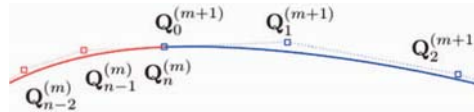


図 4 複合 Bézier 曲線の接続点まわりの制御点。

3.3 Step 3：二次 G^2 の非一様 B-spline 曲線によるフィッティング

Step 2 で得られた曲線 $\mathbf{C}^{G1}$ から次の手順により、二次 G^2 の非一様 B-spline 曲線 $\mathbf{C}^{G2}$ を生成する：

1. 制御点の選択；
2. ノットベクトルの初期値の計算；
3. ノットベクトルの最適化。

図 3(d) はこれらの処理により得られた曲線の例を示す。

初めに、曲線 $\mathbf{C}^{G1}$ から Bézier 接続点以外の制御点 $\{\mathbf{Q}_i\}_{i=0}^{M+1}$ を抽出する。セグメント数 $M=4$ の場合は、図 5(a) に示すように、 $\{\mathbf{Q}_i\}_{i=0}^5 = \{\mathbf{Q}_0^{(0)}, \mathbf{Q}_1^{(0)}, \mathbf{Q}_1^{(1)}, \mathbf{Q}_1^{(2)}, \mathbf{Q}_2^{(3)}, \mathbf{Q}_2^{(3)}\}$ の 6 個の制御点が抽出される。この抽出点を B-spline 曲線の制御点として利用するために、両端の制御点はその反射点に変換する。 $M=4$ の場合、 $\mathbf{Q}_0 \leftarrow 2\mathbf{Q}_0^{(0)} - \mathbf{Q}_1^{(0)}$ および $\mathbf{Q}_5 \leftarrow 2\mathbf{Q}_2^{(3)} - \mathbf{Q}_1^{(3)}$ となる。

次に、ノット間隔 d_i を計算する。これは、隣り合う二つのノットベクトルの差として定義される。二次の (偶数次の) B-spline 曲線では、 d_i は各 B-spline 制御点に割り当てられ、その大きさは対応する Bézier 曲線の制御ポリゴンの弦長に関係する^[24]。本研究では、Step 2 で得られた曲線 $\mathbf{C}^{G1}$ の制御点から、次式によってノット区間を求める：

$$d_i = \max \left\{ \frac{|\mathbf{Q}_0^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}{|\mathbf{Q}_2^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}, \frac{|\mathbf{Q}_2^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|}{|\mathbf{Q}_0^{(i)} - \mathbf{Q}_1^{(i)}|} \right\}.$$

図 5(b) は、図 5(a) に示す曲線からノット間隔およびノットベクトル計算したものである。

最後に、B-spline 曲線のセグメント間で G^2 接続となるようにノット間隔を調整する。本研究では、次の目的関数の最小化により、最適なノット間隔を求める：

$$J_2 = \sum_{i=1}^N \left(\mathbf{C}^{G2}(u_i) - \tilde{\mathbf{P}}_i \right)^2 + \sum_{m=1}^{M-1} \left(\kappa_m^+ - \kappa_m^- \right)^2, \quad (5)$$

ここで、 κ_m^+ (κ_m^-) は m 番目のセグメント点における右 (左) 側からの曲率値を示す。式 (5) の最小化計算では、曲線 $\mathbf{C}^{G2}$ の制御点は固定し、解くべき変数はノット間隔のみとする。

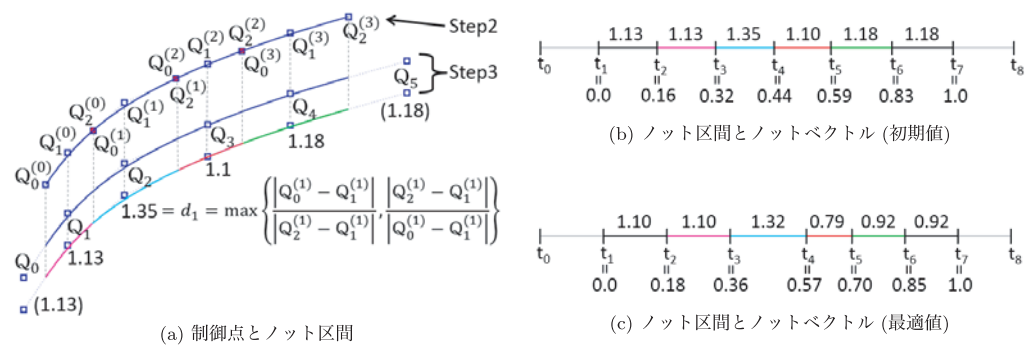


図5 B-spline 制御点とノットベクトル： $M=4$ の二次非一様 B-spline 曲線の例。

4. 実験結果

提案手法のプロトタイプを Intel/Core i7 (3.5GHz) の PC 上に実装し、曲線の生成実験を行った。式 (3) と式 (5) の最適化計算には、導関数が不要で実装が容易な Nelder-Mead 法 (滑降シンプレックス法)^[25] を利用した。実験には次の二種類のデータを使用した：1) 意匠 CAD モデルが作成した曲線をポリライン近似したもの；2) データ 1) に人工的にノイズ ($\pm 0.2[\text{mm}]$ 程度) を付加したもの。データの詳細を図 6 と表 1 に示す。

以降、データ 1) に対する実験結果を 4.1 節に、2) に対する結果を 4.2 節にそれぞれ示す。

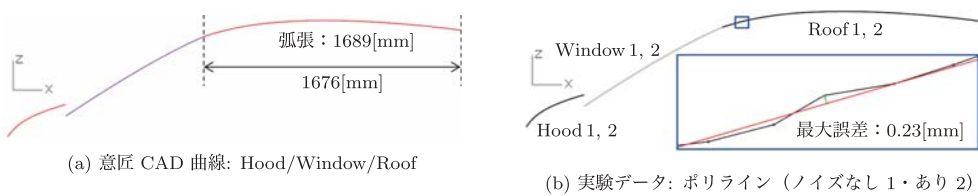


図6 意匠 CAD 曲線と実験用のポリライン。

表1 使用する実験データ：最大誤差は意匠 CAD 曲線との最大離れ距離を示す。

	データの性質	頂点数	ポリライン長 [mm]	最大誤差 [mm]
Hood 1	意匠 CAD 線から生成 したポリライン	261	442	1.13E-3
Window 1		612	1041	1.41E-4
Roof 1		1000	1689	2.35E-4
Hood 2	人工的なノイズを付加 したポリライン	261	444	0.271
Window 2		612	1046	0.268
Roof 2		1000	1697	0.233

4.1 ノイズのないポリラインに対する曲線生成結果

図 7 (Hood 1)，図 8 (Roof 1)，図 9 (Window 1) は、Step 毎に得られた曲線と、曲率および曲率半径プロファイルを示したものである。曲率プロファイルは視認性を考慮して適当に

スケールしているが、曲率半径プロファイルに関してはスケール値を 1/10 とした。表 2 は誤差解析の結果と計算時間を示す。

これらの結果から、次の事実が確認できる：

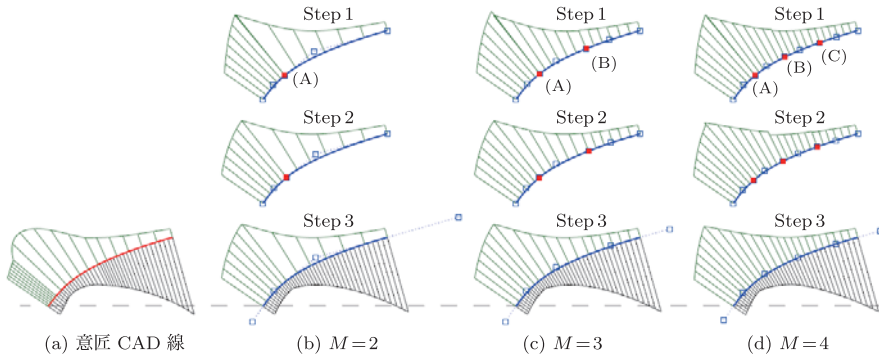


図 7 Hood 1 に対する結果：(a) 意匠 CAD モデルによる曲線，(b)～(d)は提案手法で生成した曲線．赤点 (A, B, C) は複合 Bézier 曲線の接続点を示す．

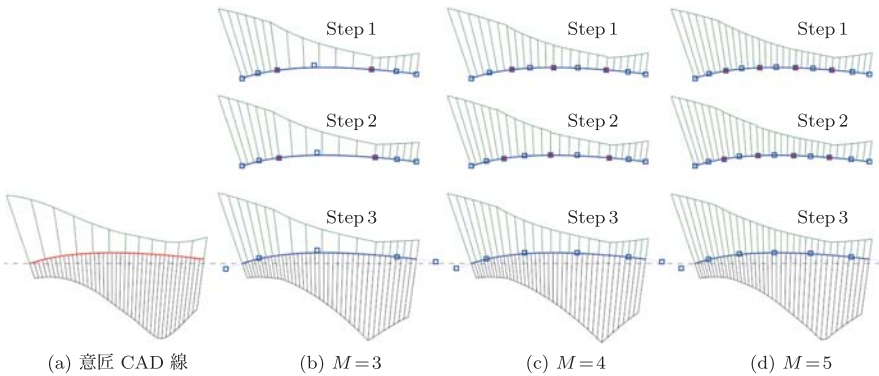


図 8 Roof 1 に対する結果

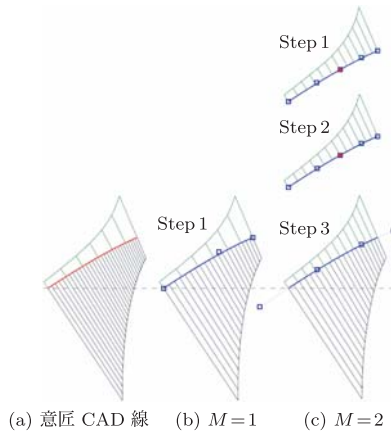


図 9 Window 1 に対する結果．

- Step 2 でも曲率連続に近い二次 G^1 の複合 Bézier 曲線が得られた；
- Step 3 では曲率連続の二次非一様 B-spline 曲線が得られた；
- 曲率プロファイルはセグメント数 M に因らず，意匠 CAD 曲線のものと傾向が同じである；
- 意匠 CAD 曲線との誤差は殆どの場合，0.1[mm] 以下であり，十分小さい．

表 2 フィッティング結果：ノイズなし．

	セグメント数 M	Step 1(G^0)		Step 2(G^1)		Step 3(G^2)		処理計 [sec]
		最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	
Hood 1	2	0.018	1	0.037	1	0.037	0.1	2.5
	3	0.026	2	0.036	9	0.036	0.1	12
	4	0.017	3	0.019	12	0.051	0.1	15
Window 1	1	8.44E-5	0.1	—	—	—	—	0.5
	2	8.95E-5	0.1	8.33E-5	0.1	9.94E-5	0.1	0.5
Roof 1	3	0.029	21	0.029	3	0.029	0.1	24.5
	4	0.012	28	0.013	9	0.103	0.1	37.5
	5	6.77E-3	7	0.010	1	0.042	0.2	8.5

4.2 ノイズのあるポリラインに対する曲線生成結果

図 10 (Hood 2)，図 11 (Roof 2)，図 12 (Window 2) は，ノイズを含む入力データから生成した曲線を示す．前節と同様，意匠 CAD 曲線との最大誤差および計算時間に関しては，表 3 の通りである．これらの結果から，次の事実が確認できる：

- 前節のノイズがない場合と比べ，セグメント数 M の増加に伴い，複合 Bézier 曲線の接続点における曲率の差異が大きくなっている (Step 1, Step 2)；
- Step の進行に伴い，接続点における曲率の差異は小さくなり，Step 3 では G^2 連続の曲線が得られ，曲率プロファイルはセグメント数 M に因らず，意匠 CAD のものと傾向が同じである；
- 最大誤差は殆どの場合，0.2[mm] 以下である．

表 3 フィッティング結果：ノイズあり．

	セグメント数 M	Step 1(G^0)		Step 2(G^1)		Step 3(G^2)		処理計 [sec]
		最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	
Hood 2	2	0.071	1	0.080	0.1	0.080	0.1	2
	3	0.065	4	0.080	4	0.080	0.1	8
	4	0.170	5	0.065	5	0.142	0.1	11
Window 2	1	0.018	0.1	—	—	—	—	0.5
	2	0.042	2	0.031	0.1	0.027	0.1	2.5
Roof 2	3	0.075	4	0.085	6	0.232	0.2	11
	4	0.103	13	0.080	9	0.154	0.2	23
	5	0.162	28	0.078	8	0.091	0.2	38

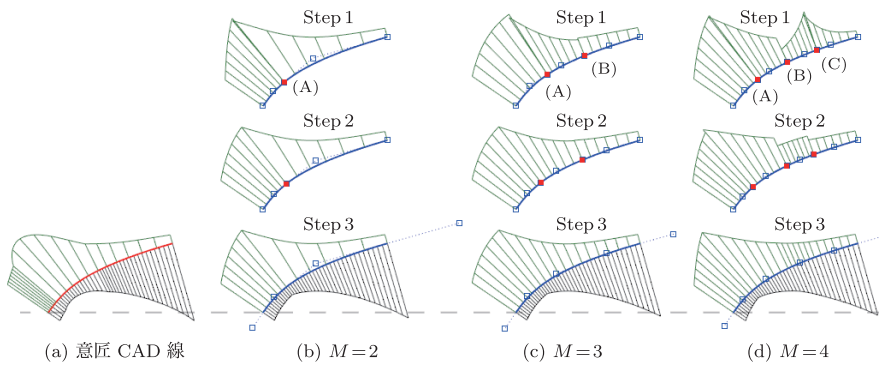


図 10 Hood 2 に対する結果：(a) 意匠 CAD モデルによる曲線，(b)～(d)は提案手法で生成した曲線．赤点 (A, B, C) は複合 Bézier 曲線の接続点を示す．

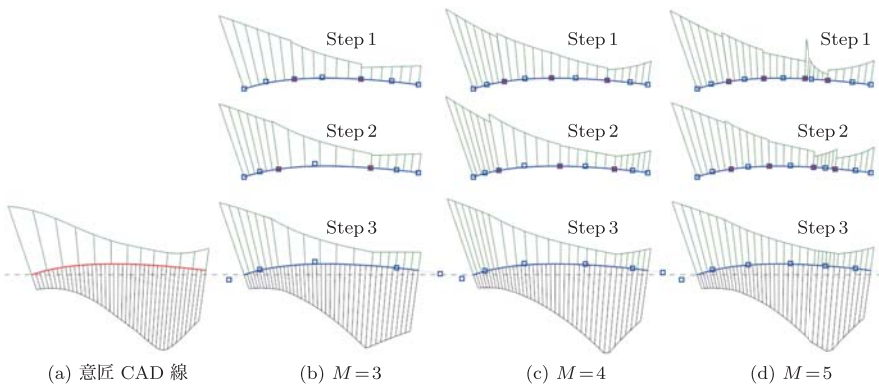


図 11 Roof 2 に対する結果

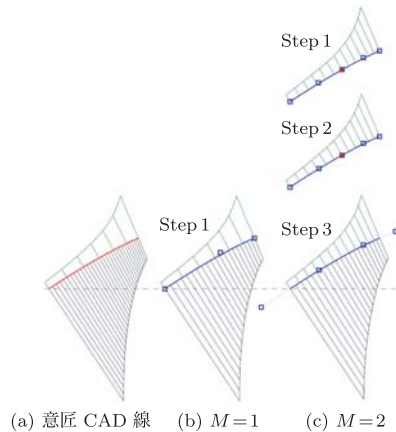


図 12 Window 2 に対する結果．

5. 考察

本章では，提案手法の効果を検証するために，次の四点について議論する：

1. Step 1 の処理を省いた場合；
2. Step 3 で一様 B-spline 曲線によるフィッティングを行った場合；

- 3. 既存のフェアリング手法との比較；
- 4. 提案手法による曲線から生成した曲面の品質評価.

5.1 Step 1 の処理の効果

Step 1 の処理を省いてフィッティングを行った結果を図 13(c)に示す. 比較を容易にするため, 図 13(a)と(b)には意匠 CAD 曲線と提案手法の結果を併示する. また, 表 4 は誤差解析と処理時間を示す. これらの結果から, 次の事実が確認できる：

- 図 13(b)の Step 2 と比べ, 図 13(c)の Step 2 では, 曲線の制御点の間隔が, より等間隔になっている；
- 図 13(c)では, 右端の曲率が若干小さくなっている；
- 表 2 と表 4 を比べると, Step 1 の処理を省いた場合, Step 2 と Step 3 の最大誤差が増加している.

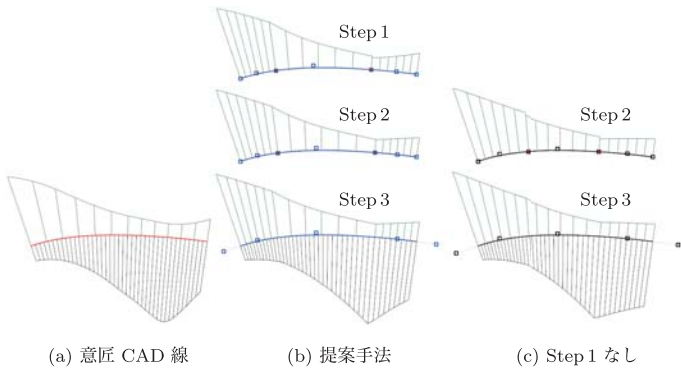


図 13 Roof 1 に対して Step 1 の処理を省いた結果.

表 4 Step 1 の処理を省いた場合の最大誤差.

	セグメント数 M	Step 1 (G^0)		Step 2 (G^1)		Step 3 (G^2)		処理計 [sec]
		最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	最大誤差 [mm]	処理 [sec]	
Roof 1	3	—	—	0.058	5	0.153	0.1	5.5

上記の事実から, Step 1 の処理は, 形状の正確な特徴を捉えるための重要な役割を果たしていることが分かる. 実際, 実験に使用した Hood や Roof の意匠 CAD 曲線は, 単純な曲率単調曲線ではなく, 曲率の増減を伴い, その変化も微妙である. 1 章で述べたように, 意匠 CAD モデラはこうした微妙な変化をデータから読み取り, 全体として滑らかな曲率変化の曲線を生成することに苦勞している. Step 1 はセグメント構成を把握するための有効な処理 (セグメンテーション) になっており, 接続点における微分値の連続性の条件は, そのための阻害要因になることが示された.

5.2 一様 B-spline 曲線によるフィッティング

図 14 は二次の一様 B-spline 曲線によるフィッティング結果を示す. 各列の上段には, 比較

を容易にするために、前章で示した同データの Step 3 の結果を併示した。中段の図は、参考として、上段の Step 3 の結果においてノットベクトルを一様に変更した結果である。下段の図は、Käferböck^[22]の方法に従い、二次の一様 B-spline 曲線が G^2 条件を満たすように、制御点の調整を伴ったフィッティングの結果である。

この結果から、次の事実が確認できる：

- 図 14(a) の $M=2$ の場合、提案手法の結果（上段）に対して、一様 B-spline 曲線によるフィッティング（下段）では制御点の位置および曲率プロファイルが大きく異なる；
- M の増加につれ、それらの差は小さくなっている。

上記の事実から、提案手法では、一様 B-spline 曲線によるフィッティングに較べ、より少ないセグメント数 M で適切にフィッティングが行え、冗長なセグメントの発生を抑制できることが示された。

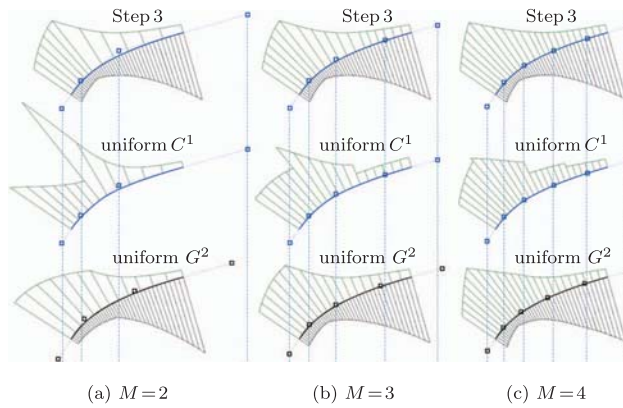


図 14 Hood 1 に対する一様 (uniform) B-spline 曲線による結果。

5.3 既存のフェアリング技術との比較

提案手法に対する比較のため、次の目的関数の最小化により、三次 G^2 の複合 Bézier 曲線 $C(u)$ を生成する：

$$J = \sum_{i=1}^N (C(u_i) - \mathbf{P}_i)^2 + \epsilon \mathcal{L}_{Discrete},$$

ここで、 $\mathcal{L}_{Discrete}$ は Eq.(1) で定義され、 ϵ は重み係数である。 G^2 条件は式(4)に次式を追加した：

$$\mathbf{Q}_n^{(m)} - 2\mathbf{Q}_{n-1}^{(m)} + \mathbf{Q}_{n-2}^{(m)} = k_m^2 (\mathbf{Q}_2^{(m+1)} - 2\mathbf{Q}_1^{(m+1)} + \mathbf{Q}_0^{(m+1)}).$$

図 15 は上式の最小化により得られた曲線を示し、誤差解析の結果を表 5 の左列(a)に示す。これらの結果から、次の事実が確認できる：

- 図 15(a) と (c) に示す単純な最小二乗フィッティング ($\epsilon=0$) と比較すると、 $\mathcal{L}_{Discrete}$ 項により、図 15(b) と (d) では滑らかな曲線が得られている；
- 一般に、フェアリングによる曲線の品質は ϵ 値に大きく左右されるが、図 15(b) ではセグメント数 M にも強く依存している。

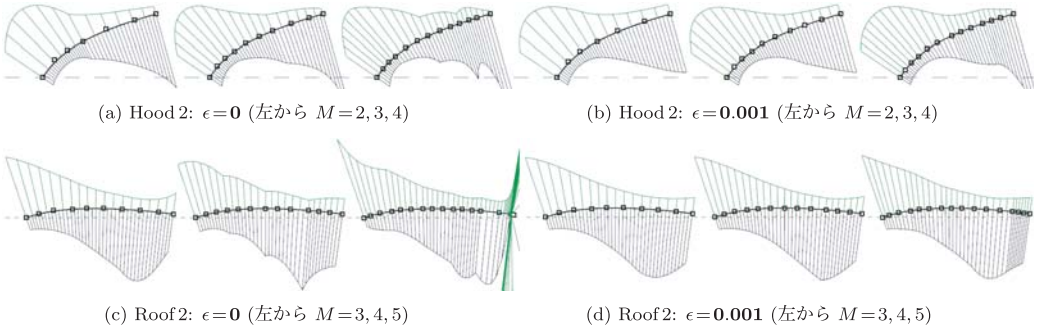


図 15 三次 G^2 の複合 Bézier 曲線によるフィッティング：(a) と (c) は最小二乗法 ($\epsilon = 0$) による結果を示し，(b) と (d) は離散クロソイドのフェアリング ($\epsilon = 0.001$) を伴った結果を示す。

フェアリング処理は，本稿の提案手法で得られた曲線に対しても，その曲率プロファイルをより滑らかに改良する効果が見込める．Burchard ら^[26]の α -凸性 (α -convexity) の議論に感化され，本稿では式(1)の離散クロソイドではなく，曲率の対数による次式を利用する：

$$\tilde{\mathcal{L}}_{Discrete} = \sum_i |\Delta^2 \log \kappa_i|^2. \quad (6)$$

そこで，式(6)のフェアリング処理を適用するために，提案手法の Step 3 で得られた二次の非一様 B-spline 曲線を複合 Bézier 曲線に変換し，次数上げを行って三次にする．フェアリング後の結果を図 16(b) (d) に示す．また，図 17 と図 18 は曲線の弧長パラメタに対する曲率の変化をグラフ化し，フェアリング前後の違いを示している．これらの結果と，表 5 の右列 (b) の誤差解析結果から，次の事実が確認できる：

- フェアリング後の曲率プロファイルと曲率グラフは，より滑らかである；
- フェアリング後も殆どの場合，誤差が小さく抑えられている．

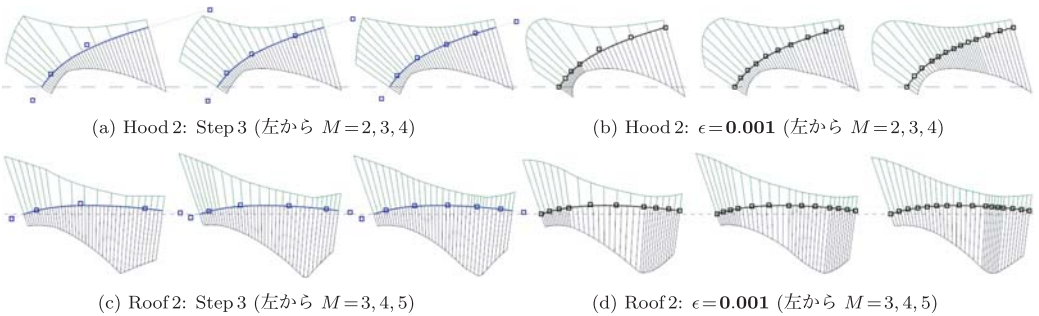


図 16 対数曲率によるフェアリング結果：(a) と (c) は比較のために，図 10 と図 11 と同じものを示し，(b) と (d) は式 (6) によるフェアリング結果を示す。

5.4 曲面への応用

提案手法で生成した曲線から掃引モデリングにより曲面を生成し，曲線の品質が曲面の品質に与える影響を確認する．そのために，図 19 に示す通り，三種類の断面曲線：(a) 意匠曲線，(b) Step 3 の線，(c) フェアリング線，を共通のガイド線に沿ってそれぞれ掃引し，評価用の曲面を生成した．

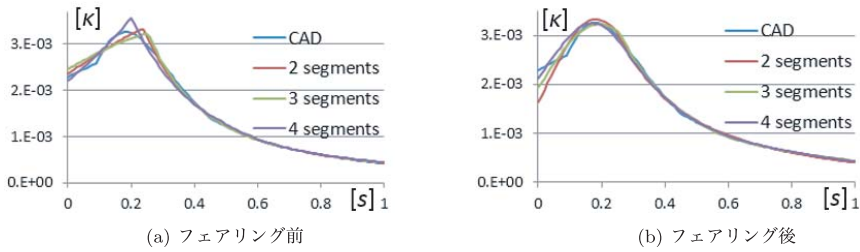


図 17 Hood 2 に対する正規化された弧長 $[s]$ vs. 曲率 $[\kappa]$ グラフ : (a) 図 16(a) の曲線, (b) 図 16(b) の曲線.

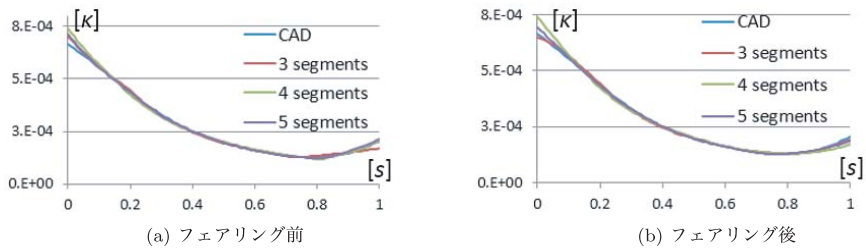


図 18 Roof 2 に対する正規化された弧長 $[s]$ vs. 曲率 $[\kappa]$ グラフ : (a) 図 16(c) の曲線, (b) 図 16(d) の曲線.

表 5 意匠 CAD 曲線に対する最大誤差 $[\text{mm}]$: (a) 三次 G^2 の複合 Bézier 曲線による結果 (最小二乗フィッティング ($\epsilon = 0$) とそのフェアリング); (b) Step 3 の結果とそのフェアリング.

	セグメント数 M	(a) 三次 Béziers + 式(1)		(b) 提案手法 + 式(6)	
		(1) $\epsilon = 0$	(2) $\epsilon = 0.001$	(1) Step 3	(2) $\epsilon = 0.001$
Hood 1	2	0.018	0.068	0.037	0.048
	3	0.020	0.079	0.036	0.052
	4	0.015	0.094	0.051	0.071
Roof 1	3	0.007	0.079	0.029	0.055
	4	0.003	0.081	0.103	0.133
	5	0.010	0.085	0.042	0.067
Hood 2	2	0.089	0.128	0.080	0.130
	3	0.067	0.131	0.080	0.086
	4	0.070	0.143	0.142	0.164
Roof 2	3	0.070	0.075	0.232	0.283
	4	0.080	0.077	0.154	0.315
	5	0.237	0.091	0.091	0.116

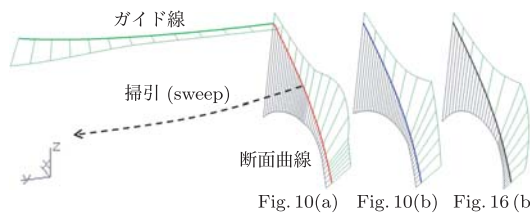


図 19 評価用の掃引面: 共通のガイド線に対し, 三つの断面曲線 (Fig. 10(a), Fig. 10(b)/Step 3, Fig. 16(b)/ $M=2$) から各曲面を生成.

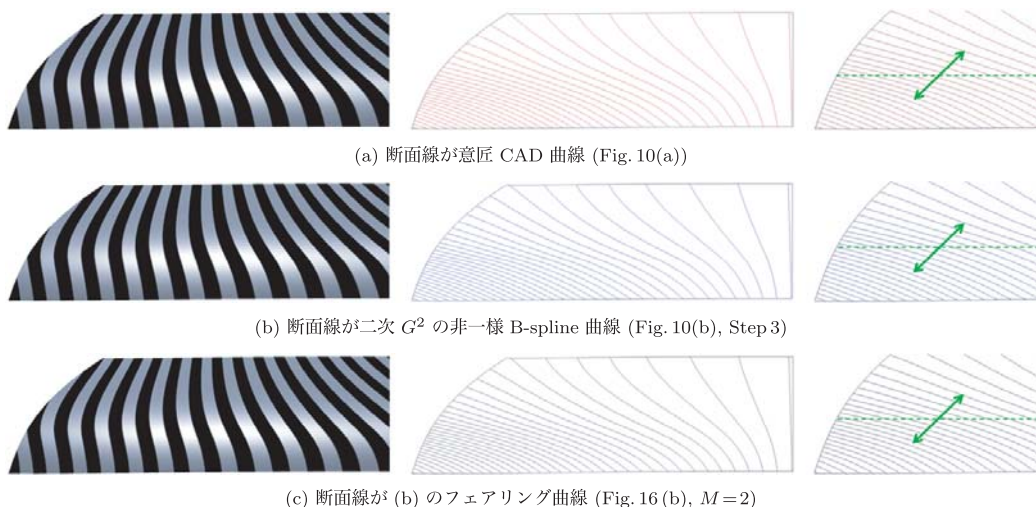


図 20 掃引面の品質評価：左図はゼブラマップを，中央図はシルエットパタン解析の結果をそれぞれ示す．右図はシルエットパタン左下隅の拡大図である．

ゼブラマップとシルエットパタン^[23]による曲面の評価結果を示す図 20 から，次の事実が確認できる：

- ゼブラマップでは，明確な差異はなく，どれも滑らかである；
- シルエットパタンでは，微妙ながら次の差異がある：図 20(a)と(c)は，その拡大図中の矢印の方向に沿って線の間隔が徐々に広がっているが，図 20(b)では，一定間隔で（直線的に）広がっている．

上記の事実から，曲率グラフが陽に折れている（曲率の微分の不連続点が存在する）と，曲面品質に影響を与えることが確認されたが，それ故に提案手法の有用性が否定されることにはならない．なぜなら，上記で述べたフェアリング技術やアプローチ曲線（styling radius curve）の適用により，当該問題は比較的容易に解決できるからである．より重要な問題は，測定データのようにノイズを含むデータからでも形状を正しく認識し，セグメント分割位置を適切に設定して，形状全体として滑らかな曲率変化となるように曲線を生成することである．本稿はそのための新たな方法を提供する．

6. お わ り に

本稿では，曲率連続の二次 B-spline 曲線によるフィッティング法を提案し，実際の意匠 CAD 曲線を利用した実験から以下の結論を得た：

- 非一様ノットベクトルにより，二次 B-spline 曲線で曲率連続な平面曲線を生成することができた；
- ノイズを含むデータに対してもセグメント数に左右されることなくロバストな処理が行え，意匠 CAD 曲線と同質の曲率プロファイルを有する曲線を生成することができた；
- 曲率連続ではあるが，その変化は不連続になる場合があり，この不連続性が曲面品質に影響を与えることを確認したが，曲率の対数によるフェアリングによる解決策を示した．

意匠 CAD データの生成では、掃引モデリングの例に示したように、平面曲線に加え、ガイド線となる高品質な空間曲線が必要となる。今後は、空間曲線や最終的な意匠曲面の生成に関する研究を行う。

なお、本稿執筆にあたり、ダイハツ工業株式会社様からデータ使用許可を頂いたこと、また同社デザイン部の中倉氏、岡本氏には平素より多大なるご支援を頂き、併せて謝意を表したい。

-
- * 1 本稿で使用される基本用語については“The NURBS Book” (L. Piegl & W. Tiller, 1995) 等の代表的な教科書を参照のこと。
 - * 2 三つの連続した B-spline 制御点を頂点とする三角形の面積が全て等しい。
 - * 3 基底関数 $B_{i2}(t)$ の形はノットベクトル $\{t_i\}_{i=0}^{K-1}$ により規定され、一様とはノット t_i の間隔が一定を意味する。
 - * 4 Bézier 接続点での重複した制御点および式(2)の条件による曲線の両端の制御点を除く。

- 参考文献**
- [1] R. A. Liming, “Practical Analytic Geometry with Applications to Aircraft”, Mac Millan, 1944
 - [2] R. Schaback, “Interpolation with Piecewise Quadratic Visually C^2 Bézier Polynomials”, Computer Aided Geometric Design, 6(3), 219–233, 1989
 - [3] Y. Y. Feng and J. Kozak, “On G^2 Continuous Interpolatory Composite Quadratic Bézier Curves”, Journal of Computational and Applied Mathematics, 72(1), 141–159, 1996
 - [4] X. Yang, “Curve fitting and fairing using conic splines”, Computer-Aided Design, 36, 461–472, 2004
 - [5] D. Meek and R. Thomas, “A Guided Clothoid Spline”, Computer Aided Geometric Design, 8(2), 163–174, 1991
 - [6] D. Walton and D. Meek, “A Planar Cubic Bézier Spiral”, Journal of Computational and Applied Mathematics, 72(1), 85–100, 1996
 - [7] Y. Mineur, T. Lichah, J. M. Castelain, and H. Giaume, “A Shape Controlled Fitting Method for Bézier curves”, Computer Aided Geometric Design, 15(9), 879–881, 1998
 - [8] D. Walton, D. Meek, and J. Ali, “Planar G^2 Transition Curves Composed of Cubic Bézier Spiral Segments”, Journal of Computational and Applied Mathematics, 157(2), 453–476, 2003
 - [9] K. Harada, H. Usui, and K. Nishi, “Modification of Cubic Bézier Spirals for Curvature Linearity”, IEICE Transactions on Information and Systems, E90-D(1), 364–370, 2007
 - [10] Y. Mineur, “A Shape Constrained Curve Approximating Method for Styling Surfaces Modeling”, Proceedings of the 11th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG’2003, 2003
 - [11] M. Sevaux and Y. Mineur, “A Curve-fitting Genetic Algorithm for a Styling Application”, European Journal of Operational Research, 179(3), 895–905, 2007
 - [12] J. Hoschek and D. Lasser, “Fundamentals of Computer Aided Geometric Design”, A K Peters, Ltd., 1993
 - [13] H. P. Moreton and C. H. Séquin, “Functional Optimization for Fair Surface Design”, Computer Graphics, 26(2), 167–176, 1992
 - [14] D. Ben-Haim, G. Harary, and A. Tal, “Piecewise 3D Euler Spirals”, Proceedings of the 14th ACM Symposium on Solid and Physical Modeling, 201–206, 2010
 - [15] J. McCrae and K. Singh, “Sketching Piecewise Clothoid Curves”, Computers & Graphics, 33(4), 452–461, 2009
 - [16] G. Harary and A. Tal, “3D Euler Spirals for 3D Curve Completion”, Computational Geometry, 45(3), 115–126, 2012
 - [17] R. Schnieder and L. Kobbelt, “Discrete Fairing of Curves and Surfaces Based on Linear Curvature Distribution”, In Curve and Surface Design, Saint-Malo, 371–380, 1999
 - [18] L. Guiqing, L. Xianmin, and L. Hua, “3D Discrete Clothoid Splines”, Proceedings of the International Conference on Computer Graphics, 321–324, 2001

- [19] W. Li, S. Xu, G. Zhao, and L. P. Goh, “Adaptive Knot Placement in B-spline Curve Approximation”, *Computer-Aided Design*, 37(8), 791–797, 2005
- [20] F. Yoshimoto, T. Harada, and Y. Yoshimoto, “Data Fitting with a Spline Using a Real-coded Genetic Algorithm”, *Computer-Aided Design*, 35(8), 751–760, 2003
- [21] H. Kang, F. Chen, Y. Li, J. Deng, and Z. Yang, “Knot Calculation for Spline Fitting via Sparse Optimization”, *Computer-Aided Design*, 58, 179–188, 2015
- [22] F. Käferböck, “Affine Arc Length Polylines and Curvature Continuous Uniform B-splines”, *Computer Aided Geometric Design*, 31, 331–344, 2014
- [23] M. Hosaka, “Modeling of Curves and Surfaces in CAD/CAM”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992
- [24] T. W. Sederberg, “Computer Aided Geometric Design”, 2012, <http://hdl.lib.byu.edu/1877/2822>
- [25] J. A. Nelder and R. Mead, “A Simplex Method for Function Minimization”, *The Computer Journal*, 7(4), 308–313, 1965
- [26] H. Burchard, J. Ayers, W. Frey, and N. Sapidis, “Approximation with Aesthetic Constraints”, in: N. S. Sapidis (Ed.), *Designing Fair Curves and Surfaces*, SIAM, Philadelphia, 3–28, 1994

執筆者紹介 土 江 庄 一 (Shoichi Tsuchie)

2000年日本ユニシス(株)入社。2009年より総合技術研究所にて、形状処理に関する研究活動に従事。

